

Öğretmen Adaylarının Formel Tanım ile İşlemsel Odaklılık Arasındaki Eğilimleri: Cebirsel Nesne Olarak Polinom

Saliha Nur ÖPAYDIN^a, Alper Cihan KONYALIOĞLU^b

^aMillî Eğitim Bakanlığı, Erzurum, Türkiye.

saliha.nur.opaydin24@ogr.atauni.edu.tr, <https://orcid.org/0009-0000-6339-8149>

^bAtatürk Üniversitesi, Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi, Erzurum/Türkiye.

ackonyali@atauni.edu.tr, <https://orcid.org/0000-0002-6009-4251>

Geliş Tarihi: 20.05.2026

Kabul Tarihi: 25.06.2026

Anahtar Kelimeler: Polinom, kavram imajı, şablon bağımlılığı, öğretmen adayları	Öz Bu araştırma, matematik öğretmen adaylarının polinom kavramına yönelik kavram imajlarını incelemeyi amaçlamaktadır. Nitel durum çalışması olarak yürütülen araştırmaya 41 öğretmen adayı katılmıştır. Veriler, açık uçlu sorulardan oluşan bir kavram testi aracılığıyla toplanmış ve içerik analizi ile incelenmiştir. Bulgular, adayların polinom kavramını büyük ölçüde işlemsel ve şablon temelli bir yaklaşımla ele aldıklarını göstermektedir. Adayların önemli bir kısmı polinomu bir fonksiyon olarak tanımlarken, cebirsel nesne boyutunu ihmal ettikleri belirlenmiştir. Ayrıca, sıfır polinomu ve farklı cebirsel ifadelerin sınıflandırılmasında hatalı genellemeler yaptıkları görülmüştür. Sonuçlar, öğretmen adaylarının kavram imajı ile kavram tanımı arasında uyumsuzluk bulunduğunu ve süreç-nesne geçişinin yeterince gelişmediğini ortaya koymaktadır.
--	--

Pre-service Teachers' Tendencies Between Formal Definition and Procedural Orientation: The Polynomial as an Algebraic Object

Saliha Nur ÖPAYDIN^a, Alper Cihan KONYALIOĞLU^b

^aMisnistiry of National Education, Erzurum, Türkiye.

saliha.nur.opaydin24@ogr.atauni.edu.tr, <https://orcid.org/0009-0000-6339-8149>

^bAtatürk University, Kazım Karabekir Education Faculty, Erzurum/Türkiye.

ackonyali@atauni.edu.tr, <https://orcid.org/0000-0002-6009-4251>

Received: May 20, 2025

Accepted: June 25, 2026

Keywords:	Abstract
<p>Polynomial, concept image, template dependency, pre-service teachers</p> <p>Paper Type: Research</p>	<p>This study aims to examine pre-service mathematics teachers' concept images of the polynomial concept. Conducted as a qualitative case study, the research involved 41 pre-service teachers. Data were collected through a concept test with open-ended questions and analyzed using content analysis. The findings indicate that participants predominantly approached polynomials in a procedural and template-based manner. A considerable number of participants defined polynomials as functions, neglecting their algebraic object nature. In addition, incorrect generalizations were observed in responses related to the zero polynomial and the classification of algebraic expressions. The results reveal a mismatch between concept image and concept definition, as well as an incomplete transition from process to object.</p>

Giriş

Matematiksel kavramların zihinsel inşası, bireyin bu kavramlara ilişkin sahip olduğu formal tanımlar ile bu tanımları kullanma biçimi arasındaki etkileşime dayanır. Bu bağlamda, bireylerin matematiksel kavramlara ilişkin geliştirdikleri zihinsel yapılar ile matematiksel olarak kabul edilen formal tanımlar arasındaki uyum, öğrenmenin niteliğini belirleyen temel unsurlardan biridir (Tall & Vinner, 1981). Tanımlar kavramların nasıl kategorilendirileceğini etkileyen en önemli unsurdur. Kavramın yanlış kategorize edilmesi tanımın yanlış anlaşılması sonucudur ki bu durum ontolojik bir hata olarak görülür. Polinom kavramı da bu ontolojik hatanın kurbanlarından biridir.

Cebirin temel yapı taşlarından biri olan polinom kavramı hem lise hem de lisans düzeyindeki matematik eğitiminde merkezi bir role sahiptir. Ancak polinomlar, sadece katsayılar ve belirsizden oluşan cebirsel nesnelere (halka elemanları) olmalarına rağmen, eğitim sürecinde sıklıkla sadece "fonksiyonel birer araç" olarak sunulmaktadır. Literatürde, cebirsel kavramların öğretiminde işlemsel yaklaşımların baskın olması durumunda, öğrencilerin kavramın yapısal boyutunu göz ardı edebildikleri belirtilmektedir (Sfard, 1991). Bu durum, öğrencilerin polinomları cebirsel bir yapı (nesne) olarak değil, bir hesaplama süreci (fonksiyon) olarak algılamalarına yol açmaktadır. Özellikle öğretmen adaylarının bu kavramı nasıl anlamlandırdıkları kritik bir öneme sahiptir; zira onların sahip olduğu "kavram imajları" (Tall & Vinner, 1981), gelecekteki öğretim pratiklerini ve öğrencilerinin matematiksel gelişimlerini doğrudan şekillendirecektir. Öğretmen adaylarının konu alan bilgisi ve pedagojik alan bilgisi üzerine yapılan çalışmalar, sınırlı kavram anlayışı durumunun kavramsal yapıların öğretim süreçlerine doğrudan yansımalarını göstermektedir (Even, 1993).

Bu araştırmanın amacı, matematik öğretmen adaylarının polinom kavramına ilişkin kavram imajlarını ve bu imajların işlemsel odaklılık ile formel tanım arasındaki konumunu incelemektir.

Teorik Temel

Kavram İmajı ve Kavram Tanımı

Tall ve Vinner (1981) tarafından ortaya atılan bu kurama göre, "kavram tanımı" bir kavramın matematiksel dünya tarafından kabul edilmiş formal ifadesidir; "kavram imajı" ise bireyin bu kavramla ilgili zihninde oluşturduğu tüm görsel, zihinsel ve deneyimsel yapılar bütünüdür. Araştırmalar, öğrencilerin çoğu zaman formal tanımları bilseler dahi problem çözme süreçlerinde kavram imajlarına dayalı hareket ettiklerini göstermektedir (Vinner, 1991).

Bir öğrenci, polinomun formal tanımını bilse dahi, zihnindeki imaj sadece "sadeleşmiş ifadeler" veya "grafiki çizilebilen yapılar" ile sınırlıysa, sıfır polinomu veya rasyonel ifadeler gibi "sınır durumlarla" karşılaştığında bilişsel çatışma yaşar. Bu tür durumlar, kavram imajı ile kavram tanımı arasındaki uyumsuzluğun öğrenme sürecinde önemli hatalara yol açabileceğini göstermektedir (Tall & Vinner, 1981).

Süreç ve Nesne Olarak Matematiksel Kavramlar

Sfard (1991), matematiksel kavramların iki yönlü bir doğası olduğunu savunur: işlemsel (operational) ve yapısal (structural). Matematiksel öğrenme süreci, bireyin bir kavramı önce işlem olarak algılaması, ardından bu işlemi bir nesne olarak yeniden yapılandırması (reification) ile gerçekleşmektedir.

Polinom kavramı bağlamında, bir ifadeyi sadeleştirmek veya değerini hesaplamak "işlemsel" bir süreçtir; polinomu bir halka elemanı veya bağımsız bir matematiksel nesne olarak görmek ise "yapısal" bir kavrayıştır. Literatürde, öğrencilerin çoğunlukla işlemsel aşamada kaldıkları ve bu nedenle kavramları nesne olarak yeniden yapılandıramadıkları belirtilmektedir (Sfard, 1991).

journal homepage: <https://www.ojomste.com/index.php/1>

Öğrencilerin rasyonel ifadeleri sadeleştirerek polinom olarak kabul etmeleri, onların kavramı bir nesne olarak değil, yapılan işlem üzerinden (süreç odaklı) tanımladıklarını göstermektedir. Bu durum, süreç-nesne geçişinin tamamlanamadığına işaret etmektedir.

Şablon (Prototip) Bağımlılığı

Öğrenciler genellikle bir kavramı, ders kitaplarında en sık karşılaştıkları "tipik" örnekler (prototipler) üzerinden kodlarlar. Bu durum, bireylerin matematiksel kavramları tanıma sürecinde yüzeysel özelliklere dayalı karar vermelerine neden olabilmektedir (Vinner, 1991).

Hershkowitz (1989), öğrencilerin kavramları değerlendirirken matematiksel tanımlar yerine prototipik örneklere dayalı karar verdiklerini ve bunun kavramsal hatalara yol açtığını ortaya koymuştur. Benzer şekilde, cebir öğrenimine ilişkin çalışmalar, öğrencilerin sembolik ifadeleri anlamlandırmak yerine daha önce karşılaştıkları kalıpları uygulama eğiliminde olduklarını göstermektedir (Kieran, 1992).

Örneğin, "sabit terimi olan ifadelerin derecesi sıfırdır" şablonu o kadar baskındır ki, adaylar sıfır polinomunu da bu şablona uydurmaya çalışarak hatalı genellemeler yapmaktadırlar. Bu tür genellemeler, öğrencilerin matematiksel yapıyı anlamak yerine şablona dayalı karar verdiklerinin önemli bir göstergesidir.

Bu çalışmanın literatüre katkısı birkaç açıdan değerlendirilebilir. Öncelikle, cebir öğrenimine ilişkin mevcut çalışmalar şablon bağımlılığı ve işlemsel odaklılığı genel bir çerçevede ele alırken (Kieran, 1992; Vinner, 1991), bu araştırma söz konusu eğilimleri polinom kavramı bağlamında, işlemsel odaklılık ile formel tanım arasındaki ilişkiyi merkeze alarak ve somut cebirsel örnekler (sıfır polinomu, rasyonel ifadeler, mutlak değer ve faktöriyel yapılar) üzerinden inceleyerek daha özgül bir analiz sunmaktadır. Ayrıca, polinom kavramının öğretmen adayları tarafından çoğunlukla fonksiyonel bir yapı olarak algılandığını ampirik verilerle ortaya koyması, formel tanım ile işlemsel yaklaşım arasındaki gerilimi görünür kılmakta ve bu iki bilişsel yönelim arasındaki konumlanmayı tartışmaya açmaktadır. Bunun yanı sıra, çalışmada sınır durumların (boundary cases) kullanılması, katılımcıların kavram imajlarını yüzeysel şablonlardan ayırt etmeye ve işlemsel reflekslerin ötesindeki kavramsal yapılarını ortaya çıkarmaya olanak sağlamaktadır. Son olarak, kavram imajı (Tall & Vinner, 1981), süreç-nesne teorisi (Sfard, 1991) ve şablon bağımlılığı (Vinner, 1991; Hershkowitz, 1989) çerçevelerinin birlikte kullanılması, öğretmen adaylarının polinom kavramına ilişkin bilişsel yapılarını işlemsel ve formel boyutlarıyla çok yönlü olarak analiz etmeye imkân tanımaktadır.

Yöntem

Bu araştırma, matematik öğretmen adaylarının polinom kavramına yönelik zihinsel yapılarını incelemeyi amaçlayan nitel bir çalışmadır.

Araştırma Deseni

Bu çalışma, nitel araştırma yöntemlerinden biri olan durum çalışması (case study) deseniyle yürütülmüştür. Durum çalışması, araştırmacının kontrol edemediği güncel bir olguyu, "nasıl" ve "niçin" sorularına odaklanarak derinlemesine incelediği bir araştırma stratejisidir (Yin, 2018). Durum çalışması, bir grubun bir konudaki algısını kendi gerçeklikleri içinde betimlemektir (Merriam ve Tisdell, 2015). Çalışmada bu desenin odak noktası, öğretmen adaylarının polinom kavramına ilişkin sahip oldukları kavram imajlarını ve tanımlarını kendi özgün bağlamları içinde (yazılı açıklamalara dayalı olarak) betimlemektir. Araştırmada tek bir katılımcı grubunun ortak bir matematiksel kavram üzerindeki algıları incelendiği için "bütüncül tek durum deseni" tercih edilmiştir (Yin, 2018). Bu çalışmada "polinom" kavramı araştırılan olguyu temsil etmektedir.

Katılımcılar

Araştırmanın katılımcı grubunu, bir devlet üniversitesinin Eğitim Fakültesi Matematik Öğretmenliği programında öğrenim gören 41 öğretmen adayı oluşturmaktadır. Katılımcıların belirlenmesinde, araştırmanın amacına en uygun veriyi sağlayabilecek kişilerin seçilmesini öngören amaçlı örnekleme yöntemi tercih edilmiştir (Patton, 2015).

Veri Toplama Araçları

Veriler, araştırmacı tarafından geliştirilen ve uzman görüşü alınarak yapılandırılan "Kavram Testi" aracılığıyla toplanmıştır. Test; polinomun tanımı, değişken kavramı, sıfır polinomunun derecesi ve farklı cebirsel ifadelerin (faktöriyel, mutlak değer, rasyonel, köklü) sınıflandırılmasına yönelik 5 açık uçlu sorudan oluşmaktadır. Açık uçlu sorular, katılımcıların düşünme süreçlerini kısıtlamadan yansıtımlarına olanak tanır (Fraenkel, Wallen & Hyun, 2012).

Verilerin Analizi

Elde edilen yazılı verilerin analizinde nitel içerik analizi tekniği kullanılmıştır. İçerik analizi sürecinde veriler sistematik biçimde kodlanmış, benzer özelliklerine göre temalandırılmış ve kategorize edilmiştir (Miles, Huberman & Saldana, 2014). Bu çalışmada, analiz süreci literatüre dayalı olarak önceden belirlenmiş kavramsal çerçeveler doğrultusunda yürütülmüş olup yönlendirilmiş içerik analizi yaklaşımı benimsenmiştir (Hsieh & Shannon, 2005).

Analiz sürecinde aşağıdaki aşamalar izlenmiştir:

1. *Verilerin Düzenlenmesi*: 41 öğretmen adayından elde edilen yazılı yanıtlar sayısallaştırılmış (frekans ve yüzde olarak) ve analiz için düzenlenmiştir.
2. *Kodlama ve Temalandırma*: Adayların yanıtları, cebir öğrenimi literatüründe öne çıkan "fonksiyonel yaklaşım", "işlem odaklılık" ve "şablon bağımlılığı" gibi temalar çerçevesinde kodlanmış ve kategorize edilmiştir (Vinner, 1991; Hershkowitz, 1989; Kieran, 1992). Bu süreçte veriler, önceden belirlenen temalar doğrultusunda incelenmiş ve ilgili kategorilere yerleştirilmiştir.
3. *Kavram İmajı Analizi*: Adayların polinom kavramına ilişkin ifadeleri, kavram imajı ile kavram tanımı arasındaki ilişki bağlamında değerlendirilmiş ve analiz sürecinde Tall ve Vinner (1981) tarafından geliştirilen kuramsal çerçeveden yararlanılmıştır.

Geçerlik ve Güvenirlik

Araştırmanın güvenilirliğini sağlamak amacıyla veriler iki farklı araştırmacı tarafından bağımsız olarak kodlanmış ve kodlayıcılar arası görüş birliğine varılmıştır. Ayrıca, adayların verdikleri yanıtlardan doğrudan alıntılar yapılarak bulguların ham veriye dayalı olması sağlanmış ve araştırmanın aktarılabilirliği artırılmıştır. Bunlar Guba ve Lincoln (1982) ölçütlerini (Akt. Tutar, 2022) karşılamaktadır.

Bulgular

Bu bölümde, 41 matematik öğretmen adayına uygulanan yapılandırılmış görüş formundan elde edilen veriler; polinom tanımı, belirsiz/bilinmez kavramı, sıfır polinomu ve cebirsel ifadelerin sınıflandırılması temaları altında sunulmuştur.

Polinom Tanımı ve Kavramsal Yaklaşımlar

Öğretmen adaylarının polinom kavramını tanımlama biçimleri incelendiğinde, ifadelerin lise müfredatı odaklı ve işlemsel bir çerçevede toplandığı görülmüştür.

- *Fonksiyonel Tanımlama*: Adayların büyük bir çoğunluğu (%51,2) polinomu fonksiyon türü olarak nitelendirmiştir. Bu yaklaşıma dair aday ifadelerinden biri şöyledir:

Aday 3

1) Derecesi doğal sayı katsayısı reel sayılardan oluşan fonksiyona polinom denir.

- **Biçimsel Şablon Kullanımı:** Adayların tanım yaparken yoğunlukla $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ biçimsel gösterimini (%43,9) kullandıkları ve katsayılar ile dereceler üzerine kısıtlar (üslerin doğal sayı olması gibi) getirdikleri gözlemlenmiştir. Tanımlarda yapısal özelliklerden ziyade bu görsel şablonun öne çıktığı görülmektedir.

Aday 29

Üsleri doğal sayılardan oluşan $P(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ formatında yazılan ifadeler polinom denir.

Adayların %4,9 'u ise soruyu cevaplamamıştır.

"x" Sembolüne Yüklenen Anlamlar ve Değişken Algısı

Polinom gösterimindeki x sembolünün ne olduğuna dair adayların (n=41) verdikleri yanıtların frekans dağılımı Tablo 1'de sunulmuştur:

Tablo 1. x Sembolünün Tanımlanma Biçimleri

Tanım	Frekans (f)	Yüzde (%)
Değişken (Variable)	28	%68,3
Bilinmeyen(Unknown)	13	%31,7
Belirsiz(Indeterminate)	0	%0

Veriler, adayların hiçbirinin x sembolünü modern cebirdeki "belirsiz" (indeterminate) veya "biçimsel yer tutucu" kavramlarıyla ilişkilendirmediğini; sembolü daha çok fonksiyonel bir değişken veya denklem çözme sürecindeki bir bilinmeyen olarak kodladıklarını göstermektedir.

- **Değişken Yaklaşımı:** Bu gruptaki adaylar x'i sürekli değişen değerler olarak tanımlamıştır:

Aday 1

Soru 2: ifadedeki "a" katsayısının yanındaki değişkendir. a katsayısının olabileceği değerlere göre farklı değerler alabilirler

- **Bilinmeyen Yaklaşımı:** Bu adaylar polinomu bir denklem bağlamında değerlendirmiştir:

Aday 13

2) $P(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ ifadesindeki x "bilinmeyi" ifade eder.

Bulgular, örneklemin tamamında x'in "belirsiz" (indeterminate) doğasına dair bir farkındalığın bulunmadığını göstermektedir.

Sıfır Polinomu ve Derece Kavramı

$Q(x)=0$ polinomunun derecesine yönelik adayların verdikleri yanıtlar, uç durumlardaki muhakemelerin tutarsızlığını ortaya koymuştur:

Tablo 2. Sıfır Polinomunun Derecesine İlişkin Yanıtlar

Verilen Cevap	Frekans (f)	Yüzde (%)
Sıfırdır (0)	28	%68,2
Belirsiz / Bilinemez	7	%17,1
Her değeri alır	2	%4,9
Cevapsız	4	%9,8

Adayların %68,3'ü sıfır polinomunun derecesini "0" olarak belirtmiştir. Yanıtlar, adayların sıfır polinomunu $P(x)=c$ (sabit polinom) şablonu içerisinde değerlendirme eğiliminde olduklarını göstermektedir. Şablon bağımlılığı gösteren aday 15'in cevabı aşağıdaki gibidir.

Aday15

$Q(x)=0$ in derecesi sabit terimden olduğundan 0'dır.

Adayların %17,1'i sıfır polinomunun derecesini "belirsiz" olarak belirtmiştir. Belirsiz diyen aday 21'in cevabı aşağıdaki gibidir.

Aday21

$Q(x) = 0 \rightarrow$ derecesi bilinemez çünkü bir çok ihtimal vardır. Örneğin $Q(x) = 0 \cdot x^4$ olabilir $Q(x) = 0 \cdot x^{12}$ olabilir $Q(x) = 0 \cdot x^7$ olabilir. Bunun gibi bir çok durum vardır. Yani $Q(x) = 0$ polinomunun derecesi belirsizdir.

Cebirsel İfadelerin Polinom Olarak Sınıflandırılması

Adayların beşinci soruda yer alan farklı cebirsel ifadelerin polinom olup olmadığına dair verdikleri kararların dağılımı Tablo 3'te özetlenmiştir:

Tablo 3. İfadelerin Polinom Olma Durumuna İlişkin Kararlar

İfade	Polinomdur (f)	Polinom Değildir (f)	Cevapsız (f)
$P_1(x)=x!$	24	11	6
$P_2(x)= x $	22	14	5
$P_3(x)=\frac{x^4-1}{x^2+1}$	40	1	0
$P_4(x)=\sqrt{x^2}$	25	15	1

Faktöriyel ve Aritmetik Yaklaşım

Adayların yarısından fazlası (%58,5) $x!$ ifadesini polinom olarak sınıflandırmıştır. Yazılı görüşlerde adayların bu ifadeyi faktöriyel açılımı, üs kuralları ve x 'e verilen değerler üzerinden üretilen bir sayı dizisi olarak ele aldıkları belirlenmiştir.

Aday25

$\therefore P_1(x) = 5! x^0 = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 x^0 = 120 x^0$ olduğundan $P_1(x)$ polinomdur

Aday 20

$P_1(x) = x \cdot (x-1) \cdot (x-2) \dots - 1$
 $P_1(x)$ polinomdur.

Aday11

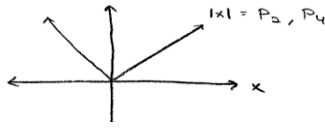
$P_1(x) = x!$ → faktöryel x 'den x 'e kadar olan sayıların çarpımıdır
 x 'in negatif değerleri için hesaplanamaz polinom değildir

Mutlak Değer ve Karekök Tutarlılığı

Adayların mutlak değerli ifadeye $P_2(x) = |x|$ %53,6 oranında, kareköklü ifadeye $P_4(x) = \sqrt{x^2}$ ise %61 oranında "polinomdur" dedikleri saptanmıştır. Cevap kağıtlarındaki açıklamalarda $\sqrt{x^2}$ ifadesinin dışarıya mutlak değer veya doğrudan x olarak çıkarılması, ifadenin polinom olarak kabul edilmesinde temel gerekçe olarak sunulmuştur.

Aday 19

P_3, P_4 ve P_2 de polinom belirtir, grafikleri de sekiteki gibidir.



Aday 13

$P_2(x) = |x|$ → polinom değil

$P_4(x) = \sqrt{x^2} = x$ olur bu ifade de polinomdur.

Aday 1

$P_2(x) = |x| = \begin{cases} x & x > 0 \\ -x & x < 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ polinom değildir

$P_4(x) = \sqrt{x^2}$ bu ifadede x için $\sqrt{-1}$ olursa polinom olmaz

Rasyonel İfadeler ve İşlemsel Karar Verme

$P_3(x) = \frac{x^4-1}{x^2+1}$ rasyonel ifadesine yönelik adayların %97,5'i "polinomdur" yanıtını vermiştir. Yazılı gerekçelerde en sık rastlanan ifade "Pay ve paydanın sadeleşmesi sonucu $x^2 - 1$ kalması" olmuştur. Bu bulgu, adayların ifadenin orijinal formundan ziyade işlemsel sonucuna göre sınıflandırma yaptığını göstermektedir.

Aday11

$P_3(x) = \frac{(x^2-1) \cdot (x^2+1)}{(x^2+1)} = x^2-1$ → x 'in derecesi doğal sayıdır P_3 polinomdur

Tartışma ve Sonuç

Bu araştırma, matematik öğretmen adaylarının polinom kavramını tanımlarken lise düzeyindeki işlemsel alışkanlıklar ile lisans düzeyindeki yapısal tanımlar arasında kavramsal bir boşluk yaşadıklarını ortaya koymuştur. Bu halde matematik öğretmen adaylarının polinom kavramına

yönelik algılarının büyük oranda fonksiyonel bir yaklaşıma sıkıştığını ve kavramın cebirsel/nesne boyutunun (halka elemanı, belirsiz kavramı vb.) ihmal edildiğini söylemek mümkündür.

Kavram Tanımları ve Fonksiyonel Yaklaşım

Araştırmanın en dikkat çekici bulgularından biri, adayların %51,2'sinin polinomu doğrudan bir "fonksiyon türü" olarak tanımlamasıdır. Bu durum, Tall ve Vinner (1981) tarafından kavramsallaştırılan "kavram imajı" ve "kavram tanımı" arasındaki uyumsuzluğu yansıtmaktadır. Adaylar, polinomun biçimsel (formal) tarif etseler dahi, yinede zihinlerindeki "fonksiyon" imajıyla hareket etmektedirler. Even (1993) te olduğu gibi, adayların polinomları birer fonksiyon olarak görmeleri kavramın daha ileri aşamalarındaki cebirsel özelliklerinin anlaşılmasını güçleştirmektedir.

İşlem Odaklılık ve Sadeleştirme Yanılgısı

Rasyonel bir ifadenin sadeleşmesi durumunda %97,5 gibi çok yüksek bir oranda "polinom" olarak kabul edilmesi, adayların "süreç-nesne" (process-object) gelişiminde süreç (işlem) aşamasında kaldıklarını göstermektedir. Sfard (1991), matematiksel kavramların önce bir süreç (hesaplama), sonra bir nesne (yapı) olarak algılandığını belirtir. Adayların sadeleştirmeye odaklanması, ifadenin sunulduğu andaki "biçimsel formunu" (formal form) bir nesne olarak değerlendirmek yerine, sadeleştirme işlemi (süreci) ön plana çıkardıklarını kanıtlamaktadır.

Sıfır Polinomu ve Şablon Bağımlılığı

Sıfır polinomunun derecesinin %68,2 oranında "0" olarak belirlenmesi, adayların "şablon bağımlılığı" içerisinde olduklarını göstermektedir. Sabit fonksiyonların derecesinin 0 olduğu bilgisinin (şablon), sıfır polinomuna ($-\infty$) genellenmesi, matematiksel kuralların bağlam dışı kullanımına bir örnektir. Bu durum, öğretmen adaylarının lise müfredatındaki "derecesi doğal sayı olan fonksiyon" kısıtına sıkı sıkıya bağlı olduklarını, ancak bu kısıtın cebirsel halka yapısındaki $\text{der}(P(x).Q(x))=\text{der}(P(x))+\text{der}(Q(x))$ tutarlılıkla çeliştiğini fark edemediklerini göstermektedir. Yine liselerde sıfır polinomunun derecesini anlamlı kılmak için eksi sonsuz kavramı henüz bilinmediğinden "tanımsız, belirsiz ya da her değeri alabildiğinden belirlenemez" olarak düşünülmesine neden olmaktadır ki bu doğru olmayan anlayış Yapıcı-Topbaş (2023) çalışmasında da vurgulanmıştır. Bu durumlar polinom ve fonksiyon öğreniminde öğrenciler sıklıkla matematiksel yapıyı anlamak yerine, daha önce karşılaştıkları sembolik şablonlara dayalı işlem yapma eğilimi göstermeleri Kieran, (1992) ve Tall & Vinner (1981) çalışmaları ile uyumludur.

Öneriler

Araştırma sonuçları, öğretmen adaylarının polinomları cebirsel birer nesne (bir halka üzerindeki serbest yapılar) olarak değil, analitik birer araç (değer alan fonksiyonlar) olarak algıladıklarını göstermektedir. Adayların hiçbirinin "belirsiz" (indeterminate) kavramına değinmemesi, polinomun değişkenlerden bağımsız olan yapısal kimliğinin lisans eğitiminde yeterince içselleştirilmediğine işaret etmektedir.

Bu bulgular ışığında şu öneriler sunulabilir:

1. Lisans Eğitimi: Soyut Cebir derslerinde polinomların sadece katsayılar üzerinden tanımlanan birer "dizi" veya "halka elemanı" olduğu vurgulanmalı, fonksiyonel özellikleri ile cebirsel özellikleri arasındaki farklar belirginleştirilmelidir. Polinom kavramı ile fonksiyon kavramı arasında genetik bir bağın olmadığı, polinom fonksiyon ile polinomum farklı kavramlar olduğu lisans derslerinde vurgulanmalıdır. Fonksiyonlar polinomların oluşumunda bir araç görevi görür.

journal homepage: <https://www.ojomste.com/index.php/1>

2. Pedagojik Alan Bilgisi: Öğretmen adaylarına, lise müfredatındaki kısıtlı tanımların (Örn: derecenin doğal sayı olması) ileri matematiksel yapılarda hangi kavramsal zorluklara veya çelişkilere yol açabileceği tartışılmalıdır.
3. Kritik Örnekler: Öğretmen eğitiminde rasyonel ifadeler, mutlak değerli yapılar ve sıfır polinomu gibi "sınır durumlar" (boundary cases) üzerine daha fazla odaklanılarak kavramsal değişim sağlanmalıdır.

Kaynakça

- Even, R. (1993). Subject-matter knowledge and pedagogical content knowledge: Prospective secondary teachers and the function concept. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(2), 94-116
- Fraenkel, J. R., Wallen, N. E., & Hyun, H. H. (2012). *How to design and evaluate research in education* (8th ed.). McGraw-Hill.
- Hershkowitz, R. (1989). Visualization in Geometry—Two Sides of the Coin. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 11, 61-76
- Hsieh, H.-F., & Shannon, S. E. (2005). *Three approaches to qualitative content analysis*. *Qualitative Health Research*, 15(9), 1277–1288.
- Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 390–419). National Council of Teachers of Mathematics.
- Merriam, S. B., & Tisdell, E. J. (2015). *Qualitative research: A guide to design and implementation* (4th ed.). John Wiley & Sons.
- Miles, M. B., Huberman, A. M., & Saldana, J. (2014). *Qualitative data analysis: A methods sourcebook* (3rd ed.). Sage.
- Patton, M. Q. (2015). *Qualitative research & evaluation methods: Integrating theory and practice* (4th ed.). Sage.
- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 1-36.
- Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 151-169.
- Tutar, H. (2022). Nitel Araştırmalarda Geçerlilik ve Güvenilirlik: Bir Model Önerisi. *Anadolu Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 22(Özel Sayı 2), 117-140.
- Vinner, S. (1991). The role of definitions in the teaching and learning of mathematics. In *Advanced mathematical thinking* (pp. 65-81). Dordrecht: Springer Netherlands.
- Yapıcı-Topbaş, E.S. (2023). Matematik öğretmen adaylarının deneyim fırsatları aracılığı ile farkındalıklarının incelenmesi: Polinom kavramı bağlamı. Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü Yayınlanmamış Doktora Tezi. Ankara
- Yin, R. K. (2018). *Case study research and applications: Design and methods* (6th ed.). Sage.

ETİK ve BİLİMSEL İLKELER SORUMLULUK BEYANI

Bu çalışmanın tüm hazırlanma süreçlerinde etik kurallara ve bilimsel atıf gösterme ilkelerine riayet edildiğini yazar(lar) beyan eder. Aksi bir durumun tespiti halinde OJOMSTE'nin hiçbir sorumluluğu olmayıp, tüm sorumluluk makale yazarlarına aittir. Yazarlar etik kurul izni gerektiren çalışmalarda, izinle ilgili bilgileri aşağıda belirtmişlerdir.

Kurul adı: Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü

Tarih: 14.05.2026 No:03

ARAŞTIRMACILARIN MAKALEYE KATKI ORANI BEYANI

1. yazar katkı oranı : %50

2. yazar katkı oranı : %50