Online Journal of Mathematics, Science and Technology Education (OJOMSTE)

Vol: 4 No: 1 Year: 2023

journal homepage: https://www.ojomste.com/index.php/1

Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Orantısal Akıl Yürütme Gerektiren Problemlerinin Çözümünde Kullandıkları Stratejiler*

Ahmet Turğut KELEŞ[a], *Cengiz ÇİNAR*[b]

[a]*Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara/Türkiye,*
turgut.keles@yesevi.edu.tr, *https://orcid.org/0000-0002-8623-9340*
[b]*Gazi Üniversitesi, Fen ve Matematik Eğitimi Bölümü, Ankara/Türkiye,*
cengizcinar@gazi.edu.tr, *https://orcid.org/0000-0001-9720-5149*

Anahtar Kelimeler:

orantısal akıl yürütme,

orantısal problemler,

çözüm stratejileri,

sekizinci sınıf öğrencileri

Makale Türü:

Araştırma

Öz

Matematik eğitiminde oldukça fazla önem arz eden becerilerden birisi orantısal akıl yürütme becerisidir. Çalışmanın amacı ortaokul 8.sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme gerektiren problem türlerinin çözümünde kullandıkları stratejileri belirlemektir. Çalışma kesitsel tarama modeli ile yürütülmüştür. Çalışma grubu 2022-2023 eğitim-öğretim yılında bir devlet okulunda öğrenim gören 88 sekizinci sınıf öğrencisinden oluşmaktadır. Öğrencilerin kullandıkları stratejileri belirlemek amacıyla, farklı türde 15 açık uçlu problemden oluşan Orantısal Akıl Yürütme Testi (OAYT) kullanılmıştır. Öğrencilerin testteki problemlere verdikleri cevaplar betimsel analiz yöntemleri ile analiz edilmiştir. Analiz sonucunda elde edilen veriler alanyazındaki orantısal akıl yürütme stratejilerinin tanımlarına bağlı olarak kodlanmıştır. Araştırma sonuçları öğrencilerin problemleri çözerken çeşitli stratejiler kullandığını ve bu strateji kullanımının problem türlerine ve formlarına göre değiştiğini göstermiştir. Elde edilen verilere göre, öğrencilerin bilinmeyen değeri bulma problemlerinde en çok içler-dışlar çarpımı stratejisini, sayısal karşılaştırma problemlerinde en çok denk kesir stratejisini, niteliksel karşılaştırma problemlerinde en çok nitel çarpımsal karşılaştırma stratejisini kullandıkları belirlenmiştir. Öğrenciler, ters orantı problemi ve orantısal olmayan türden ilişki içeren problemin çözümünde ise genel olarak yanlış orantısal stratejileri kullanmıştır.

*Bu makale yazarın birinci yazarın doktora tezinden üretilmiştir.

Keleş, A. T., & Çinar, C. (2023). Strategies Used by Eighth Grade Students in Solving Problems Requiring Proportional Reasoning. *Online Journal of Mathematics, Science and Technology Education (OJOMSTE)*, 4(1), 1– 20.

Online Journal of Mathematics, Science and Technology Education (OJOMSTE)

Vol: 4 No: 1 Year: 2023

journal homepage: https://www.ojomste.com/index.php/1

Strategies Used by Eighth Grade Students in Solving Problems Requiring Proportional Reasoning*

Ahmet Turğut KELEŞ[a], *Cengiz ÇİNAR*[b]

[a]*Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara/Türkiye, turgut.keles@yesevi.edu.tr, https://orcid.org/0000-0002-8623-9340*

[b]*Gazi Üniversitesi, Fen ve Matematik Eğitimi Bölümü, Ankara/Türkiye, cengizcinar@gazi.edu.tr, https://orcid.org/0000-0001-9720-5149*

Keywords:

proportional reasoning,

proportional problems,

solution strategies,

eighth grade students

Paper Type:

Research

Abstract

One of the most important skills in mathematics education is proportional reasoning. The aim of the study is to determine the strategies used by 8th grade students in solving problem types that require proportional reasoning. The study was carried out with a cross-sectional scanning model. The study group consists of 88 eighth grade students studying at a public school in the 2022-2023 academic year. In order to determine the strategies used by the students, the Proportional Reasoning Test (OAYT), which consists of 15 different types of open-ended problems, was used. The answers given by the students to the problems in the test were analyzed with descriptive analysis methods. The data obtained as a result of the analysis were coded depending on the definitions of proportional reasoning strategies in the literature. The results of the research showed that the students used various strategies while solving the problems and the use of this strategy changed according to the problem types and forms. According to the data obtained, it was determined that the students mostly used cross multiplication strategy in missing value problems, equivalent fractions strategy most in numerical comparison problems and qualitative multiplicative comparison strategy most in qualitative comparison problems. Students generally used incorrect proportional strategies in solving non-proportional problem and inverse proportionality problem.

* This article was produced from a first author's PhD. Thesis.

Keleş, A. T., & Çinar, C. (2023). Strategies Used by Eighth Grade Students in Solving Problems Requiring Proportional Reasoning. *Online Journal of Mathematics, Science and Technology Education (OJOMSTE),* 4(1), 1– 20.

Giriş

Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (NCTM), 1980'lerden beri matematik reform hareketinin ön saflarında yer almaktadır. Reform hareketinin amaçlarından biri, aritmetik, cebir, geometri, olasılık ve istatistik dahil olmak üzere matematiğin tüm alanlarını destekleyen ve diğer disiplinlerde uygulaması olan büyük fikirlere odaklanan bir müfredat ile öğrencilerin matematik anlayışını geliştirmektir (Greenes, 1995). Tutarlı bir müfredatta, matematiksel fikirler birbiriyle bağlantılıdır ve birbiriyle inşa edilir, böylece öğrencilerin anlayışları ve bilgileri derinleşir ve matematiği uygulama yetenekleri artar (NCTM, 2000). Orantısal akıl yürütme, ortaokul matematiğinde geniş bir içerik yelpazesini birbirine bağlayan büyük bir köprü ve matematiksel düşünmenin önemli bir yoludur.

Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi, orantılı akıl yürütmeyi ortaokul matematik programında bütünleştirici bir tema olarak adlandırır (NCTM, 2000). Oran ve orantı, yüzde, benzerlik, ölçekleme, $y = mx$ formundaki lineer denklemler, olasılık gibi kavramlar ve istatistiksel yorumlar orantısal akıl yürütme ile ilgilidir. Orantılılık anlayışı, problem çözme ve akıl yürütme yoluyla da ortaya çıkmalıdır ve matematiksel konuları birbirine bağlamada ve matematik ile bilim ve sanat gibi diğer alanları birleştirmede önemlidir (NCTM, 2000). Dolayısıyla, orantısal akıl yürütme kavramları bir matematik müfredatının içerik ve süreç basamaklarında görünür olmalıdır.

Orantılı akıl yürütme, matematik bilgisinin temel bir köşe taşıdır. İnsanın öğrenim psikolojisinde, orantısal akıl yürütme, somut işlemsel düşünce düzeylerinden resmi işlemsel düşünce düzeylerine önemli bir kavramsal değişimi başlatan bir yetenek olarak yaygın olarak kabul edilmektedir (Lesh, Post, & Behr, 1988). Langrall ve Swafford (2000), bir öğrencinin orantısal olarak akıl yürütme yeteneğinin, daha yüksek matematik seviyelerinde matematiksel anlamalarına yardımcı olmak için zorunlu olduğunu ve bu nedenle ortaokul yıllarında geliştirilip güçlendirilmesi gerektiğini iddia etmektedir. Öğrenciler, orantılı akıl yürütmeyi kullanarak, ilkokul matematiği bilgilerini pekiştirir ve lise matematiği ve cebirsel akıl yürütme için bir temel oluşturur (Lamon, 1999).

Dünyamızın birçok yönünün orantılı kurallara göre işlemesi gerçeği, orantısal akıl yürütme yeteneklerini gerçek dünya olaylarının yorumlanmasında son derece yararlı kılmaktadır (Cramer, Post & Currier, 1993). Orantılı akıl yürütme gerektiren günlük görevlere örnek olarak, daha iyi bir satın alma yapabilmek, ölçekleri ve haritaları yorumlayabilmek ve risk alınacak durumlarda olasılıkları belirleyebilmek yer alır. Orantılı akıl yürütme, gerçek dünyada en yaygın olarak uygulanan matematik kavramlarından biri olarak tanımlanmaktadır (Lanius ve Williams, 2003). Az gelişmiş orantısal akıl yürütme, gerçek dünyadaki durumları potansiyel olarak etkiler. Bazen yaşamı tehdit eder (örneğin tıpta yanlış dozlar) ve feci sonuçlar doğurur. Bu nedenle orantısal akıl yürütme aritmetiğin önemli bir yönüdür, ancak okul müfredatında örtülüdür ve genellikle yalnızca matematikte oran ve orantı çalışmasıyla sınırlıdır. (Dole, 2010)

Alanyazın incelendiğinde orantısal akıl yürütme kavramına dair farklı tanımlamalar yapıldığı görülmektedir. Lesh, Post ve Behr (1988)'e göre orantısal akıl yürütme bir orantıdaki oranların çeşitli elementlerinin zihinsel özümsemesini ve sentezini içerir. Baxter ve Junker (2001)'e göre orantısal akıl yürütme, bir orandaki nicelikler arasındaki ilişkiyi incelemesinin yanı sıra bir orantının bileşenleri arasındaki ilişkiyi de tanımlama, tahmin etme ve değerlendirmeyi içermektedir. Burada bahsedilen ilişki çarpımsal ilişkidir. Orantılı bir durumu temsil eden nicelikler arasında çarpımsal bir ilişki vardır (Cramer & Post, 1993; Akkuş-Çıkla & Duatepe, 2002). Nicelikler arasındaki bu çarpımsal ilişkileri düşünme ve karşılaştırabilme yeteneğine orantısal akıl yürütme denir (Behr, Harel, Post & Lesh, 1992; Lamon, 1995). Özgün-Koca ve Altay (2009)'a göre orantısal akıl yürütme, orantılardaki çarpımsal ilişkileri anlayabilme, uygun orantı şemalarını oluşturabilme ve çeşitli oran ve orantı problemlerini modelleyebilme ve çözebilme becerisini içeren bilişsel bir süreçtir. Orantısal akıl yürütmenin tüm bu tanımlarındaki ortak tema, oranların doğasında var olan çarpımsal ilişkidir. Orantısal akıl yürütme anlayışı incelenip çözümlendikçe tanımının güncellenmesi gerekliliği ortaya çıkmaktadır. En genel şekliyle orantısal akıl yürütme, orantısal olan ve olmayan durumları ayırt edebilmek, nicel ve nitel çokluklar arasında var olan çarpımsal ilişkiyi anlamak, yorumlamak ve kullanabilmektir. Öğrencilerin orantısal akıl yürütme seviyelerini değerlendirebilmek için, onları orantısal akıl yürütme gerektiren problem durumları ile karşı karşıya getirmek gerekmektedir. Alanyazında bilinmeyen değer problemleri, sayısal karşılaştırma problemleri ve nitel tahmin ve karşılaştırma problemleri olmak üzere üç farklı orantısal akıl yürütme gerektiren problem türü belirlenmiştir (Lesh, Post, & Behr, 1988; Cramer & Post, 1993; Ben-Chaim, Fey, Fitzgerald, Benedetto & Miller, 1998; Özgün-Koca & Altay, 2009; Pelen & Artut, 2016, Johar & Yusniarti, 2018).

Bilinmeyen değer problemleri, a/b=c/d şeklindeki bir orantıdaki niceliklerden herhangi üç tanesinin verilip bir tanesinin sorulması ile elde edilen problemlerdir. . "Üç kilo kiraz 30 TL ise 50 TL'ye kaç kilogram kiraz alınabilir?" problemi örnek olarak verilebilir. *Sayısal karşılaştırma problemleri*, verilecek iki tam oranın karşılaştırılmasını içeren ve sayısal bir çözüm gerektirmeyen problemlerdir. "Ahmet ile Ali duvar ustalarıdır. Ahmet 15 m^2'lik duvarı 5 saatte örmektedir. Ali ise 20 m^2'lik duvarı 4 saatte örmektedir. Hangi usta daha hızlı çalışmaktadır?" problemi örnek olarak verilebilir. *Nitel tahmin ve karşılaştırma problemleri*, belirli bir sayısal değere bağlı olmayan karşılaştırma problemleridir. Bu tür problemler orantısal akıl yürütmenin bir parçasıdır ve en azından yedinci ve sekizinci sınıf öğrencileri için sayısal karşılaştırma ve eksik değer problemlerini çözmekle aynı şey değildir. Öğrenciler bilinmeyen değer ve sayısal karşılaştırma problemlerini çözmek için ezberlenmiş bir beceriyi kullanabilirler. Nitel tahmin ve karşılaştırma problemleri ise öğrencilerin oranların anlamını anlamalarını gerektirir. "Murat bugün düne göre daha fazla yolu daha az sürede koşmuştur. Murat'ın hızı düne göre; a)daha hızlıdır, b) daha yavaştır, c) aynıdır, d)yeterli bilgi yoktur." problemi örnek olarak verilebilir.

Öğrencilerin orantısal akıl yürütme gerektiren problemlere karşı geliştirmiş oldukları stratejilere yönelik oldukça fazla araştırmaya rastlanmıştır (Tournaire & Pulos, 1985; Cramer & Post, 1993; Bart, Post, Behr & Lesh (1994); Ben-Chaim vd. 1998; Duatepe, Akkuş-Çıkla & Kayhan, 2005; Pakmak, 2014; Knox, 2017; Karlı & Yıldız, 2022). İlgili stratejileri başarılı ve başarısız stratejiler olarak ikiye ayırabiliriz. Başarılı stratejiler birim oran, değişim çarpanı, denk kesir ve içler-dışlar çarpımı stratejisi (Cramer & Post, 1993) ve Ben-Chaim vd. (1998) tarafından belirlenen arttırma stratejisidir. Başarısız stratejiler ise duygusal cevap verme, toplamsal ilişki ve veri ihmali (Ben-Chaim v.d., 1998) stratejisidir. İlgili stratejiler açıklanırken, örnek problem olarak "Üç kilo kiraz 30 TL ise 90 TL'ye kaç kilogram kiraz alınabilir?" problemi ele alınacaktır.

Birim oran stratejisi, öğrencilerin "biri için kaç?" sorusuna yanıt arayarak çözüme ulaştıkları stratejidir. Örnek problem ele alınırsa, bir kilogram kirazın kaç TL olduğu hesaplanır ve sonra 90 TL bu değere bölünerek yanıta ulaşılır. Değişim çarpanı stratejisi, öğrencilerin "kaç kere" sorusuna yanıt arayarak çözüme ulaştıkları stratejidir. Örnek problem ele alınırsa; 90 TL, 30 TL'nin üç katı olduğundan burada değişim çarpanı 3'tür. Değişim çarpanı 3 ile 3 çarpılırsa, "90 TL'ye 9 kilogram kiraz alınabilir" sonucuna ulaşılır. Denk kesir stratejisinde, öğrenciler her bir oranı bir kesir olarak düşünür. Denk kesir bilgileri ile sonuca ulaşırlar. Örnek problemde 3 kg kiraz 30 TL ise $\frac{3\text{ kg}}{30\text{ TL}} = \frac{?\text{ kg}}{90\text{ TL}}$ ifadesinde ilk kesrin pay ve paydası 3 ile çarpılır ise "90 TL'ye 9 kg kiraz alınabilir" sonucuna ulaşılır. İçler-dışlar çarpımı stratejisinde, öğrenciler verilen durum ile ilgili orantı kurar, bir çapraz çarpım oluşturur ve elde edilen denklemi çözerek sonuca ulaşır. $\frac{3\text{ kg}}{30\text{ TL}} = \frac{?\text{ kg}}{90\text{ TL}}$ ise 3 kg.90 TL = ? kg.30 TL ve buradan ? = 9 kg sonucuna ulaşılır.

Duygusal cevap verme stratejisi, öğrencilerin matematiksel olmayan akıl yürütmeler ile verdikleri öznel cevaplardır. Örneğin; "Bir pastaneye giden çocuk 4 adet simitin 20 lira, 3 adet poğaçanın 12 lira olduğunu görüyor. Hangi ürünün fiyatı daha ucuzdur?" sorusuna "poğaça her zaman simitten pahalıdır, simit daha ucuzdur." şeklinde matematiksel çözümden uzak öznel cevap verirler. *Toplamsal ilişki stratejisi*, öğrencilerin iki ya da daha fazla oran için çarpımsal ilişkiyi farketmeyip toplamsal ilişki varmış gibi işlem yaptıkları stratejidir. Örnek problem için bu stratejiyi kullanan öğrenciler, "30TL ile 3 kg arasında 30-3=27 fark vardır, dolayısıyla 90 TL ile alınacak kg arasında da 27 fark olmalıdır" şeklinde düşünerek 90-27=63 hatalı sonucuna ulaşacaklardır. *Veri ihmali stratejisi*, öğrencilerin sadece bir orana odaklandıkları, diğer oranı dikkate almadıkları stratejidir. Örnek olarak, "Ahmet ile Ali duvar ustalarıdır. Ahmet 15 m2'lik duvarı 5 saatte örmektedir. Ali ise 20 m2'lik duvarı 4 saatte örmektedir. Hangi usta daha hızlı çalışmaktadır?" probleminde bu stratejiyi kullanan öğrenciler, "Ahmet 15 m^2, Ali 20 m^2 duvar örmüştür, dolayısıyla Ali, Ahmet'ten daha hızlı çalışmaktadır" veya "4 saat, 5 saatten daha azdır, dolayısıyla Ali daha hızlı çalışmaktadır." şeklinde düşünerek yanlış sonuca ulaşırlar.

Alanyazında öğrenci ve öğretmenlerin orantısal akıl yürütme gerektiren problem türlerinde kullandıkları stratejilerin belirlenmesine yönelik birçok araştırma yer almaktadır. Bu araştırmalar, katılımcıları ve ölçme araçlarında kullanılan problem türlerine göre farklılık göstermektedir. Katılımcıları 6. ve 7. sınıf seviyesindeki öğrenciler olan araştırmalar çoğunluktadır (Ben-Chaim vd. 1998; Pittalis, Christou, & Papageorgiou, 2003; Fernández, Llinares & Valls, 2008; Özgün-Koca & Altay 2009; Che, Wiegert & Threlkeld 2012; Avcu & Doğan, 2014; Pakmak, 2014; Atabaş & Öner, 2016; Mersin, 2018; Karlı & Yıldız, 2022). Ayrıca katılımcıları öğretmen ve öğretmen adayları olan çalışmalarda yapılmıştır (Fisher, 1988; Akkuş-Çıkla & Duatepe, 2002; Glassmeyer, Brakoniecki & Amador, 2021). Cramer ve Post (1993), 7 ve 8. sınıf öğrencileri ile gerçekleştirdikleri çalışmada, öğrencilerin orantısal akıl yürütme gerektiren problem türlerinden bilinmeyen değer ve sayısal karşılaştırma problemlerini çözerken kullandıkları stratejileri, Kahraman, Kul ve İskenderoğlu (2019), 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin sayısal karşılaştırma problem türünde kullandıkları stratejileri belirlemişlerdir. Duatepe, Akkuş-Çıkla ve Kayhan (2005), katılımcıları 6., 7., ve 8. sınıf öğrencileri olan çalışmalarında, on adet açık uçlu maddeden oluşan bir ölçme aracı ile öğrencilerin kullandıkları stratejilerin problem türüne göre değişimini incelemişlerdir. Pişkin Tunç (2020), 6 ve 8. sınıf öğrencilerinin orantısal ve orantısal olmayan problemlerin çözümünde kullandıkları stratejiler arasında var olan farklılıkları belirlemiştir. Özellikle ulusal alanyazında 8.sınıf seviyesinde öğrenciler ile gerçekleştirilen çalışmalar oldukça sınırlı sayıdadır. Ülkemiz İlköğretim matematik dersi öğretim programına göre, oran kavramı ilk olarak 6. sınıf seviyesinde öğretilirken, birim oran, içler-dışlar çarpımı algoritması, iki çokluğun orantılı olup olmaması, değişim çarpanı ve ters orantı ile ilgili kavramlar 7.sınıf seviyesinde öğretilmektedir (MEB,2018). Dolayısıyla orantısal akıl yürütme becerisine dair amaçlanan kazanımların gerçekleşip gerçekleşmediğinin belirlenmesi oldukça önem arz etmektedir. Bu anlamda ilgili kazanımlara yönelik eğitim almış sekizinci sınıf öğrencileri ile gerçekleştirilecek çalışmalara ihtiyaç olduğu düşünülmektedir. Bu kapsamda bu çalışmanın amacı sekizinci sınıf öğrencilerinin orantısal olan ve olmayan problem türlerinde kullandıkları stratejileri belirlemektir. Çalışmanın araştırma soruları aşağıdaki gibidir;

1. Sekizinci sınıf öğrencilerinin orantısal olan ve olmayan problem türlerinin çözümünde kullandıkları stratejiler nelerdir?
2. Sekizinci sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme gerektiren problemlerde kullandıkları stratejiler farklı problem türlerine göre nasıl değişmektedir?

Yöntem

Araştırma Modeli

Çalışma, herhangi bir öğretim süreci uygulanmadan, 8.sınıf öğrencilerinin hali hazırda mevcut olan bilgileri ile orantısal akıl yürütme gerektiren problem durumlarında kullandıkları stratejileri belirlemek amaçlandığından ve veri toplama işlemi tek seferde gerçekleştirileceğinden kesitsel tarama modelindedir.

Tarama araştırması, geçmişte veya hâlen var olan bir durumu var olduğu şekli ile betimlemeyi amaçlayan araştırma yaklaşımıdır. Araştırmaya konu, olay, birey ya da nesne, kendi koşulları içinde ve olduğu gibi betimlenmeye çalışılır (Karasar, 2007).

Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubunu 2022-2023 eğitim öğretim yılında bir devlet ortaokulunda öğrenim görmekte olan farklı şubelerden 88 sekizinci sınıf öğrencisi oluşturmaktadır.

Tablo 1. Sekizinci sınıf öğrencilerinin şube ve cinsiyete göre frekans ve yüzdeleri

Şube	**Cinsiyet**					
	Erkek		**Kız**		**Toplam**	
	f	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**
A	9	10,22	13	14,77	22	25
B	10	11,36	11	12,50	21	23,86
C	11	12,50	13	14,77	24	27,28
D	9	10,22	12	13,63	21	23,86
Genel Toplam	41	44,3	47	55,7	88	100

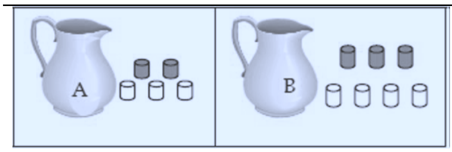
Tablo 1'de belirtildiği gibi çalışmaya katılan öğrencisi sayısı 88 olup bu öğrencilerin 41'i erkek, 47'si kızdır.

Veri Toplama Aracı

Çalışmanın amacına uygun olarak, Akkuş ve Duatepe-Paksu (2006) tarafından geliştirilmiş olan orantısal akıl yürütme beceri ölçeği ve bu ölçeğe yönelik dereceli puanlama anahtarı kullanılmıştır. Ölçek kullanılmadan önce çalışma grubuna uygunluğu hakkında uzman görüşü alınmıştır. Ölçek, 7'si "bilinmeyen değeri bulma ve ters orantı problemi", 3'ü "niceliksel karşılaştırma problemi", 4'ü "niteliksel karşılaştırma problemi" ve 1'i "orantısal akıl yürütme gerektiren problemler ile aynı formda ancak orantısal olmayan türden ilişki içeren bir problem" olmak üzere 15 problemden oluşmaktadır. Ölçeğin Cronbach Alpha güvenirlik katsayısı 0.86 bulunmuştur. Maddelerin hesaplanan ayırıcılık indeksleri 0.50 ile 0.71 arasında değişmektedir. Ölçek maddeleri aşağıda sunulmuştur.

Tablo 2. Ölçme aracında yer alan problemler ve türleri

Problem	**Problem Türü**
Problem 1. Burak ile Türker aynı hızda araba kullanmaktadır. Burak 3 dakikada 6 km yol almaktaysa, Türker 18 km'lik yolu kaç dakikada alır?	Bilinmeyen Değeri Problemi
Problem 2. Kısa Bey'in Uzun Bey adında bir arkadaşı vardır. Kısa Bey'in ataç ile uzunluğu ölçüldüğünde 6 ataç boyunda olduğu görülmüştür. Uzun Bey ve Kısa Bey'in boyları düğme ile ölçüldüğünde, Uzun Bey'in 6, Kısa Bey'in 4 düğme uzunluğunda olduğu bulunmuştur. Buna göre; Uzun Bey'in boyu kaç ataç uzunluğundadır?	Bilinmeyen Değeri Problemi

Problem	Problem Türü
Bir hayvanat bahçesinin havuzunda boy uzunluklar 10 cm (A), 15 cm (B) ve 25 cm (C) olan üç tane yılan balığı bulunmaktadır. Bu yılan balıkları boy uzunlukları ile doğru orantılı olarak beslenmektedirler. Buna göre; **Problem 3.** Eğer A yılan balığı 2 adet yem ile beslenirse, C yılan balığına kaç adet yem verilmelidir?	Bilinmeyen Değeri Problemi
Problem 4. Eğer B yılan balığı 9 adet yem ile beslenirse, C yılan balığına kaç adet yem verilmelidir?	Bilinmeyen Değeri Problemi
Problem 5i. Eğer C yılanbalığı 10 adet yem ile beslenirse A yılan balığına kaç adet yem verilmelidir?	Bilinmeyen Değeri Problemi
Problem 5ii. Eğer C yılanbalığı 10 adet yem ile beslenirse B yılan balığına kaç adet yem verilmelidir?	Bilinmeyen Değeri Problemi
Problem 6. 300 km yolu 4 saatte alan bir otomobil, aynı hızla giderse 750 km'lik yolu kaç saatte alır?	Bilinmeyen Değeri Problemi
Problem 7. Mert ile Mine aynı hızla çalışarak bir duvarı 10 günde boyamaktadırlar. Aralarına aynı hızda çalışan 3 kişi daha katıldığında, aynı duvar kaç günde boyanır?	Ters Orantı Problemi
Problem 8. Nesrin ile Basak bir koşu parkurunda koşmaktadırlar. Nesrin 8 turu 32 dakikada koşarken, Basak 2 turu 10 dakikada koşmaktadır. Buna göre hangisi daha hızlı koşmaktadır? Açıklayınız.	Niceliksel Karşılaştırma Problemi
Problem 9. Bir lokantada aynı boyda pideler üretilmektedir. Bu lokantada yemek yiyen 7 kız 3 pideyi paylaşırken, 3 erkek ise 1 pideyi paylaşmaktadırlar. Bu lokantada kız başına düşen pide miktarı mı, erkek başına düşen pide miktarı mı daha fazladır? Açıklayınız.	Niceliksel Karşılaştırma Problemli
 **Problem 10.** Yukarıdaki şekilde görülen A ve B sürahilerinde portakal suyu yapılmaktadır. Koyu renkli bardaklarda portakal suyu konsantresi, açık renkli bardaklarda ise su vardır. Şekilde görüldüğü gibi A sürahisine 2 bardak portakal suyu konsantresi ve 3 bardak su, B sürahisine ise 3 bardak portakal suyu konsantresi ve 4 bardak su konulmuştur. Buna göre hangi sürahideki portakal suyu daha tatlıdır? Açıklayınız.	Niceliksel Karşılaştırma Problemi
Problem 11. Umut bugün, dun koştuğundan daha çok zamanda daha az tur koşmuştur. Buna göre; Umut'un bugünkü koşusu dünküne göre; a) hızlıdır. b) yavaştır. c) aynıdır. d) verilen bilgiler yetersizdir. Hangi seçeneğin doğru olduğunu açıklayarak yazınız.	Niteliksel Karşılaştırma Problemi
Problem 12. Tufan sabah kahvaltısındaki çayını, dünküne göre daha büyük bardakta, daha az sayıda şeker atarak içmiştir. Bu çayın tadı dünkü çaya göre; a) daha tatlıdır. b) daha tatsızdır. c) aynıdır. d) verilen bilgiler yetersizdir. Hangi seçeneğin doğru olduğunu açıklayarak yazınız.	Niteliksel Karşılaştırma Problemi
Problem 13. Bir koşu parkurunda Elif, Emel'den daha kısa zamanda daha çok tur koşmuştur. Hangisi daha hızlı koşucudur? Açıklayarak yazınız.	Niteliksel Karşılaştırma Problemi
Problem 14. Sena ile Gökalp farklı arazilere belli aralıklarla ağaç dikmektedirler. Sena, Gökalp'e göre daha küçük bir araziye daha çok ağaç dikmiştir. Buna göre, kimin arazisinde ağaçlar birbirine daha yakındır? a)Sena b) Gökalp c) yakınlıkları eşittir. d) verilen bilgiler yetersizdir. Hangi seçeneğin doğru olduğunu açıklayarak yazınız.	Niteliksel Karşılaştırma Problemi
Problem 15. Nevzatcan ile Nergis'in bir parkurdaki yürüme hızları aynıdır. Yürümeye önce Nevzatcan başlamıştır. Nevzatcan 9 turu tamamladığında, Nergis 3 turu tamamlamışsa; Nergis 15 turu tamamladığında Nevzatcan kaç turu tamamlamış olur? Açıklayarak yazınız.	Orantısal Olmayan Türden İlişki İçeren Problem

Verilerin Toplanması

Araştırmada veriler 2022-2023 eğitim-öğretim yılının birinci döneminde toplanmıştır. Ölçek dört farklı sekizinci sınıf şubesinde de aynı anda ve bir ders saatinde uygulanmıştır. Ölçek uygulanmadan önce, birbirlerinden etkilenmelerini engellemek amacıyla öğrenciler sınıflara sınav düzeninde yerleştirilmiştir.

Verilerin Analizi

Ölçek ile elde edilen verilerin analizinde betimsel analiz kullanılmıştır. Betimsel analiz, önceden belirlenen temalara göre elde edilen verilerin analiz edilmesi ve analiz sonuçlarının yorumlanmasıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Uygulama sonucunda öğrencilerin bilinmeyen değeri bulma (1, 2, 3, 4, 5 ve 6 numaralı problemler) ve niceliksel karşılaştırma (8, 9 ve 10 numaralı problemler) problemlerine vermiş olduğu yanıtlar, literatüre dayalı olarak "birim oran", "değişim çarpanı", "denk kesir", "içler-dışlar çarpımı", "arttırma", "toplamsal ilişki", "veri ihmali" ve "duygusal cevap verme" stratejisi şeklinde kodlanmıştır. Bu kodlamalara göre kullanılan stratejilerin frekans ve yüzdeleri belirlenmiştir. Ters orantı (problem 7) problemine verilen yanıtlar, "ters orantı algoritması", "yanlış orantısal strateji" ve "toplamsal ilişki stratejisi" şeklinde kodlanmıştır. Öğrencilerin niteliksel karşılaştırma (11, 12, 13 ve 14 numaralı problemler) problemleri ve orantısal olmayan türden ilişki içeren (problem 15) probleme vermiş olduğu yanıtlar, Pişkin Tunç (2020) tarafından kullanılan sınıflandırma çerçevesinden de yararlanılarak değerlendirilmiştir. Buna göre, sayısal değerlere bağlı olmayan niteliksel karşılaştırmalar "nitel çarpımsal karşılaştırma", sayısal örnekler verilerek yapılan karşılaştırmalar ise "nicel çarpımsal karşılaştırma" şeklinde kodlanmıştır. Orantısal olmayan türden ilişki içeren probleme (problem 15) verilen yanıtlar ise, "toplamsal strateji" ve hatalı olarak "birim oran", "değişim çarpanı", "denk kesir", "içler-dışlar çarpımı" ve "arttırma" stratejileri şeklinde kodlanmıştır. Ayrıca önceden belirlenen bu kodlara uymayan, net olmayan çözümler ve boş bırakılan problemlerin de frekans ve yüzdeleri belirlenmiştir. Her bir problem türünde, öğrenciler tarafından verilen yanıtların analizi için frekans ve yüzdeler kullanılmıştır. Veriler, araştırmacılar ve matematik eğitimi doktora programında eğitimine devam eden, araştırmanın konusu ve kodlama listesi hakkında bilgilendirilen, üçüncü bir kodlayıcı tarafından kodlanmış ve sonuçlar, tutarlılık açısından karşılaştırılmıştır. Karşılaştırma sonucunda kodlamalar üzerinde oluşan tutarsızlıklar tartışılmış ve fikir birliğine varılmıştır.

Bulgular

Bu kısımda her bir problem türünde öğrencilerin kullandıkları stratejilere dair bulgular çözüm örnekleri ile sunulmuştur.

Bilinmeyen Değeri Bulma Problemlerinde Kullanılan Stratejiler

Ölçme aracının ilk yedi problemi bilinmeyen değeri bulma problem türündedir. Yedinci problem ters orantı içerdiği için ayrıca ele alınacaktır. Öğrencilerin ilk altı probleme vermiş olduğu yanıtların belirlenen kodlara göre kodlanması sonucunda birim oran, değişim çarpanı, denk kesir, içler-dışlar çarpımı, arttırma stratejilerini ve hatalı olarak toplamsal ilişki stratejisini kullandıkları belirlenmiştir. Duygusal cevap verme ve veri ihmali stratejisine dair bir bulguya rastlanmamıştır. Ayrıca, net bir çözüm olmayan bazı yanlış cevaplar "anlaşılır değil" şeklinde, herhangi bir cevaplanma olmayan, boş bırakılan maddeler de "boş/çözüm yok" olarak kodlanmıştır. Kodlama sonucunda elde edilen veriler frekans ve yüzde olarak Tablo 3.'te sunulmuştur.

Vol: 4 No: 1 Year: 2023

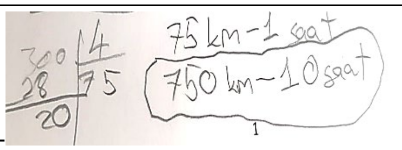
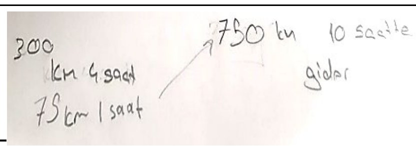
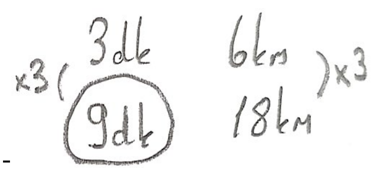
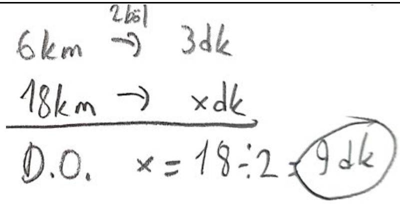
journal homepage: https://www.ojomste.com/index.php/1

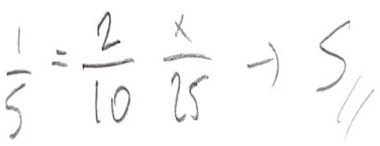
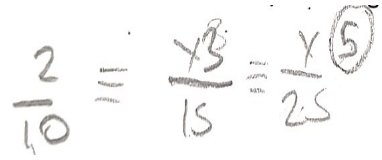
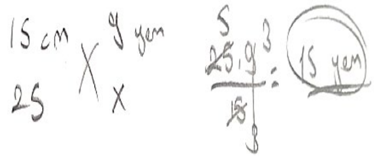
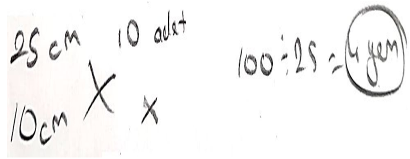
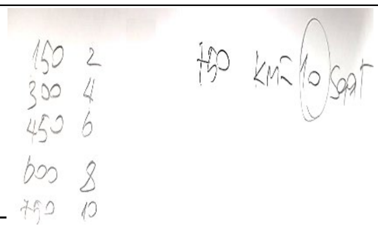
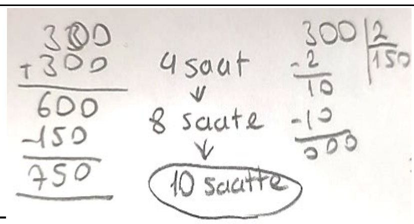
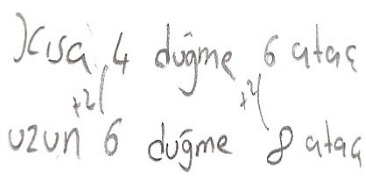
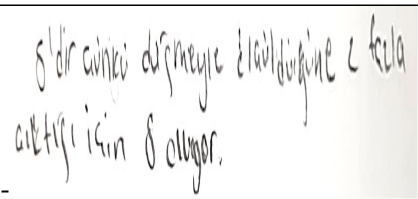
Tablo 3. Bilinmeyen değeri bulma problemlerinde kullanılan stratejilerin frekans ve yüzdeleri

Strateji	P1 f (%)	P2 f (%)	P3 f (%)	P4 f (%)	P5i f (%)	P5ii f (%)	P6 f (%)	Toplam f (%)
Birim oran stratejisi	8 (9,09)	-	4 (4,55)	2 (2,27)	1 (1,14)	1 (1,14)	15 (17,05)	31 (5,03)
Değişim çarpanı stratejisi	39 (44,32)	3 (3,41)	12 (13,64)	2 (2,27)	1 (1,14)	1 (1,14)	3 (3,41)	61 (9,9)
Denk kesir stratejisi	1 (1,14)	4 (4,55)	16 (18,18)	15 (17,05)	12 (13,64)	11 (12,5)	4 (4,55)	63 (10,22)
İçler-dışlar çarpımı stratejisi	15 (17,05)	33 (37,5)	22 (25)	30 (34,09)	30 (34,09)	30 (34,09)	30 (34,09)	190 (30,84)
Arttırma stratejisi	7 (7,95)	-	-	-	-	-	14 (15,91)	21 (3,40)
Toplamsal ilişki stratejisi	-	15 (17,05)	4 (4,55)	4 (4,55)	2 (2,27)	2 (2,27)	-	27 (4,48)
Boş/Çözüm yok	14 (15,91)	25 (28,41)	24 (27,27)	27 (30,68)	37 (42,05)	37 (42,05)	19 (21,59)	183 (29,70)
Anlaşılır değil	4 (4,55)	8 (9,09)	6 (6,82)	8 (9,09)	5 (5,68)	6 (6,82)	3 (3,41)	40 (6,43)

Öğrenciler, bilinmeyen değeri bulma problemlerinin çözümünde %59,39 oranında doğru strateji kullanmıştır. En çok içler-dışlar çarpımı stratejisi (%30,84) kullanılmıştır. İkinci olarak denk kesir stratejisi (10,22) ve en az arttırma stratejisi (%3,40) kullanılmıştır. Hatalı stratejilerden en çok toplamsal ilişki stratejisi (%4,48) kullanılırken, veri ihmali ve duygusal cevap verme stratejilerine dair bir bulguya rastlanmamıştır. Diğer beş problemde en çok kullanılan strateji içler-dışlar çarpımı stratejisi iken problem 1'de en çok değişim çarpanı stratejisi (% 44,32) kullanılmıştır. Yine diğer problemlere oranla problem 3'te de değişim çarpanı stratejisi (% 13,64) daha çok kullanılmıştır. Bu iki problemi diğer problemlerden ayıran özellik ise her ikisinde de tam sayılı oran kullanılmasıdır. Birbirinin tam katı sayılar ile kurulan problemlerde değişim çarpanı stratejisinin öğrenciler tarafından daha çok kullanıldığı belirlenmiştir. Aşağıda öğrencilerin bilinmeyen değer problemlerine vermiş olduğu cevaplarda kullanmış oldukları stratejilere yönelik örnekler sunulmuştur.

Tablo 4. Öğrencilerin bilinmeyen değeri bulma problemlerinin çözümünde kullandıkları stratejilere yönelik örnekler

Strateji	Problem	Örnek	
Birim Oran	**Problem 6**		
Değişim Çarpanı	**Problem 1**		

Strateji	Problem	Örnek	
Denk Kesir	**Problem 3**		
İçler- Dışlar Çarpımı	**Problem 4, Problem 5i**		
Arttırma	**Problem 6**		
Toplamsal İlişki	**Problem 2**		

Ters Orantı Probleminde Kullanılan Stratejiler

Ölçme aracının yedinci problemi ters orantı problemidir. Öğrencilerin vermiş olduğu yanıtların belirli kodlara göre kodlanması sonucunda ters orantı algoritması ve hatalı olarak yanlış orantısal strateji ve toplamsal ilişki stratejisi kullandıkları belirlenmiştir. Ayrıca, net bir çözüm olmayan bazı yanlış cevaplar "anlaşılır değil" şeklinde, herhangi bir cevaplanma olmayan, boş bırakılan maddeler de "boş/çözüm yok" olarak kodlanmıştır. Kodlama sonucunda elde edilen veriler frekans ve yüzde olarak Tablo 4.'te sunulmuştur.

Tablo 4. Ters orantı probleminde kullanılan stratejilerin frekans ve yüzdeleri

	Problem 7	
Strateji	f	%
Ters Orantı Algoritması	14	15,91
Yanlış orantısal strateji	31	35,23
Toplamsal ilişki stratejisi	9	10,23
Anlaşılır değil	8	9,09
Boş/Çözüm yok	26	29,55

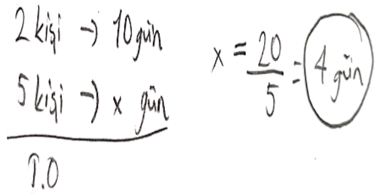
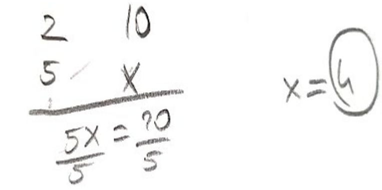
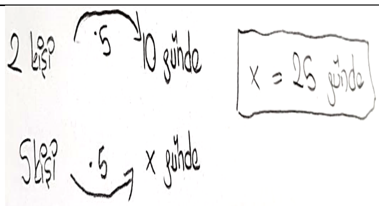
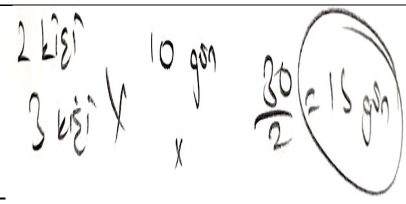
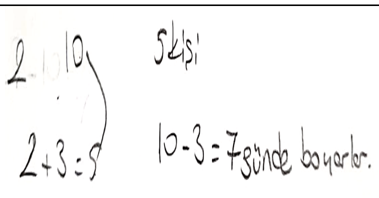
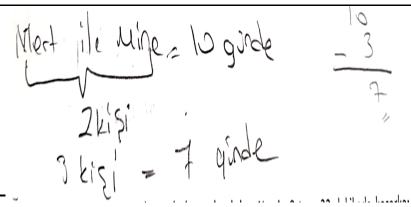
Ters orantı içeren probleme doğru strateji kullanarak cevap veren öğrencilerin oranı (%15,91) oldukça düşüktür. Öğrencilerin büyük çoğunluğu (%35.23), problemde hatalı orantısal strateji (içler-dışlar çarpımı) kullanmışlardır. Yanıt vermeyen öğrencilerin oranı da (%29,55) kayda

Vol: 4 No: 1 Year: 2023

journal homepage: https://www.ojomste.com/index.php/1

değerdir. Aşağıda öğrencilerin ters orantı problemine vermiş oldukları cevaplarda kullanılmış oldukları stratejilere dair örnekler sunulmuştur.

Tablo 5. Öğrencilerin ters orantı probleminin çözümünde kullandıkları stratejilere yönelik örnekler

Strateji	Problem	Örnek	
Ters Orantı Algoritması	**Problem 7**		
Yanlış Orantısal Strateji	**Problem 7**		
Toplamsal İlişki	**Problem 7**		

Sayısal Karşılaştırma Problemlerinde Kullanılan Stratejiler

Ölçme aracının üç problemi sayısal karşılaştırma problemidir. Öğrencilerin vermiş olduğu yanıtların belirli kodlara göre kodlanması sonucunda birim oran, değişim çarpanı, denk kesir, arttırma stratejilerini ve hatalı olarak toplamsal ilişki, veri ihmali ve duygusal cevap verme stratejilerini kullandıkları belirlenmiştir. Ayrıca, net bir çözüm olmayan bazı yanlış cevaplar "anlaşılır değil" şeklinde, herhangi bir cevaplanma olmayan, boş bırakılan maddeler de "boş/çözüm yok" olarak kodlanmıştır. İçler-dışlar çarpımı stratejisine dair herhangi bir bulguya rastlanmamıştır. Kodlama sonucunda elde edilen veriler frekans ve yüzde olarak Tablo 5.'te sunulmuştur.

Tablo 6. Sayısal karşılaştırma problemlerinde kullanılan stratejilerin frekans ve yüzdeleri

	Problem 8		**Problem 9**		**Problem 10**		**Toplam**	
Strateji	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**
Birim oran stratejisi	37	42,05	9	10,23	4	4,545	50	18,94
Değişim çarpanı stratejisi	-	-	1	1,14	-	-	1	0,38
Denk kesir stratejisi	20	22,73	32	36,36	20	22,73	72	27,27
Arttırma stratejisi	1	1,14	1	1,14	-	-	2	0,76
Duygusal cevap verme stratejisi	-	-	-	-	5	5,682	5	1,89
Toplamsal ilişki stratejisi	-	-	-	-	19	21,59	19	7,20
Veri ihmali stratejisi	-	-	2	2,27	1	1,136	3	1,14
Boş/Çözüm yok	27	30,68	42	47,73	35	39,77	104	39,39
Anlaşılır değil	3	3,41	1	2,27	4	4,545	8	3,03

Öğrenciler tarafından sayısal karşılaştırma problemlerinde %47,35 oranında doğru strateji kullanılmıştır. En çok denk kesir stratejisi (% 27,27) kullanılırken, ikinci olarak birim oran stratejisi (%18,94) ve en az kullanılan doğru strateji ise değişim çarpanı stratejisi (%0,38) olmuştur. Hatalı stratejilerden en çok toplamsal ilişki stratejisi (%7,20) kullanılmıştır. Denk kesir stratejisi her bir problemin çözümünde genel olarak sık kullanılırken, birim oran stratejisinin, büyük çoğunlukla problem 1'in çözümünde kullanıldığı görülmektedir. Bunun nedeninin, problem 1'de verilen sayıların birbirinin tam katı olması düşünülmektedir. Problem 10, en çok hatalı strateji kullanılan problem olarak öne çıkmaktadır. Hatalı toplamsal ilişki ve duygusal cevap verme stratejisi kullanımlarının tamamının, bu problemin çözümünde kullanıldığı görülmektedir. Aşağıda öğrencilerin sayısal karşılaştırma problemlerine vermiş oldukları cevaplarda kullanılmış oldukları stratejilere dair örnekler sunulmuştur.

Tablo 7. Öğrencilerin sayısal karşılaştırma problemlerinin çözümünde kullandıkları stratejilere yönelik örnekler

Strateji	Problem	Örnek	
Birim Oran	**Problem 8,** **Problem 10**	$\frac{32}{8}=4$dk | bir tur → Nesrin $\frac{10}{2}=5$dk | bir tur → Başak	A sürahisinde 1 konsantreye 1,5 bardak su konulur. B sürahisi B sürahisinde 1 konsantreye 1,3... bardak su konulur.
Denk Kesir	**Problem 9,** **Problem 10**	$\frac{1}{3}=\frac{7}{21}, \frac{3}{7}=\frac{9}{21}$ (7) (3)	$\frac{3}{7}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{9}{21} \cdot \frac{7}{21}$ yani K12
		$\frac{2p}{5}$ (7) $\frac{3p}{7}$ (5) $\frac{14p}{35} < \frac{15p}{35}$ B	$\frac{2}{3}$ (4) ↔ $\frac{3}{4}$ (3) $= \frac{8}{12} < \frac{9}{12}$ B
Duygusal Cevap Verme	**Problem 10**	Çünkü konsatre portakal suyu daha acı olacağı için daha az konsontre portakal suyu alıp daha az su kullanmalıyız. A	
		İkiside çok tatlıdır (mmm nefis)	
Toplamsal İlişki	**Problem 10**	İki sürahideki portakal suyunun aroması aynıdır. Çünkü belli bir oran ile konulmuş ne kadar konsantre konuluyorsa 1 barda fazla su konulmuş iki sürahide de aynı şey yapılmış	
		2p 3s 1 3p 4s Aynıdır	

Niteliksel Karşılaştırma Problemlerinde Kullanılan Stratejiler

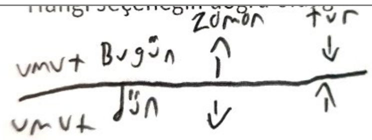
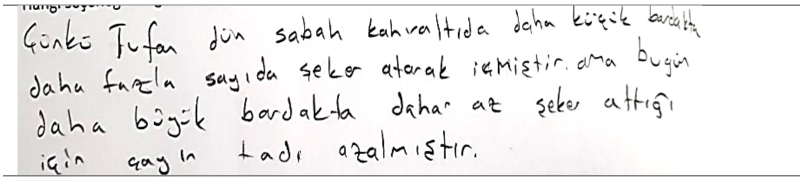
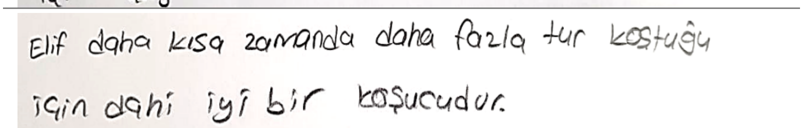
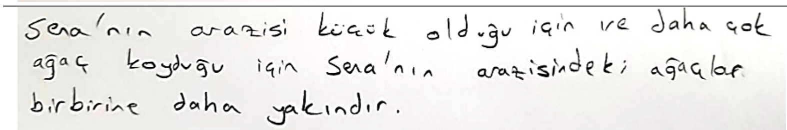
Ölçme aracının dört problemi sayısal karşılaştırma problemidir. Öğrencilerin vermiş olduğu yanıtların belirli kodlara göre kodlanması sonucunda nitel çarpımsal karşılaştırma, nicel çarpımsal karşılaştırma ve hatalı olarak duygusal cevap verme ve veri ihmali stratejilerini kullandıkları belirlenmiştir. Ayrıca herhangi bir cevaplanma olmayan, boş bırakılan maddeler de "boş/çözüm yok" olarak kodlanmıştır. Kodlama sonucunda elde edilen veriler frekans ve yüzde olarak Tablo 6.'te sunulmuştur.

Tablo 8. Niteliksel karşılaştırma problemlerinde kullanılan stratejilerin frekans ve yüzdeleri

	Problem 11		Problem 12		Problem 13		Problem 14		Toplam	
Strateji	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**
Nitel çarpımsal karşılaştırma stratejisi	51	57,95	46	52,27	56	63,64	41	46,59	194	55,11
Nicel çarpımsal karşılaştırma stratejisi	12	13,64	16	18,18	9	10,23	17	19,32	54	15,34
Duygusal cevap verme stratejisi	-	-	1	1,14	-	-	-	-	1	0,28
Veri ihmali stratejisi	6	6,82	9	10,23	6	6,82	13	14,77	34	9,66
Boş/Çözüm yok	19	21,59	16	18,18	17	19,32	17	19,32	69	19,61

Öğrenciler tarafından niteliksel karşılaştırma problemlerinde %70,45 oranında doğru strateji kullanılmıştır. Nitel çarpımsal karşılaştırma stratejisi(%55,11), nicel çarpımsal stratejiye(%15,34) göre daha çok kullanılmıştır. Hatalı stratejilerden ise en çok veri ihmali stratejisi (%9,66) kullanılırken, yalnızca bir problemin çözümünde duygusal cevap verme stratejisi kullanmıştır. Aşağıda öğrencilerin niteliksel karşılaştırma problemlerine vermiş oldukları cevaplarda kullanılmış oldukları stratejilere dair örnekler sunulmuştur.

Tablo 9. Öğrencilerin nitel karşılaştırma problemlerinin çözümünde kullandıkları stratejilere yönelik örnekler

Strateji	Problem	Örnek
Nitel Çarpımsal Karşılaştırma	**Problem 11, Problem 12, Problem 13, Problem 14**	   

Strateji	Problem	Örnek
Nicel Çarpımsal Karşılaştırma	**Problem 11, Problem 12, Problem 13, Problem 14**	3 tur 12 km 6 dk desek 3 tur 6 km 9 dk desek → 2 Yavaş Dün = 100 ml 2 şeker ⇒ $\frac{100}{2} = 50$ Bugün = 300 ml 1 şeker ⇒ $\frac{300}{1} = 300$ Elif: 5 dk, 3 tur; Emel: 15 dk, 1 tur. Elif daha hızlı bir koşucudur, Kısa zamanda fazla tur koşmuştur. Hangi seçeneğin doğru olduğunu açıklayarak yazınız. 20 arazi Sera; 25 arazi Gökalp; 20 25; 20 25 | 5r; 4 5 20÷5= 4 aralık 25÷5 = 5 aralık
Veri İhmali	**Problem 11, Problem 12, Problem 13, Problem 14**	Çünkü döne göre daha az tur koşmuştur Çay daha fazla olduğu için daha tatsızdır Elif 3 tur bitirirken mesela Emel 1 tur bitiriyor Arazi büyürse ağaçları dikme mesafesi artar eğer arazi küçülürse ağaçlar birbirine daha yakın olur.

Orantısal Olmayan Türden İlişki İçeren Problemde Kullanılan Stratejiler

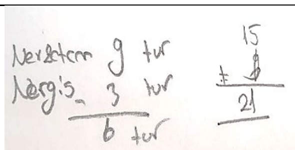
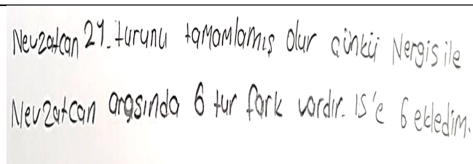
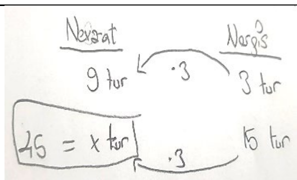
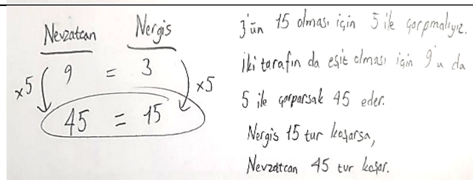
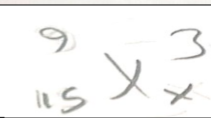
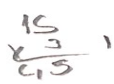
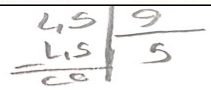
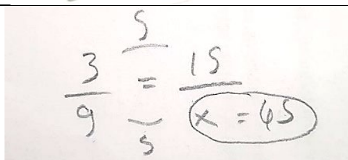
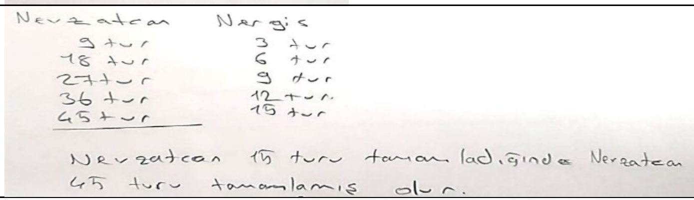
Ölçme aracının bir maddesi orantısal olmayan türden ilişki içeren bir problemdir. Öğrencilerin vermiş olduğu yanıtların belirli kodlara göre kodlanması sonucunda doğru olarak toplamsal ilişki stratejisi ve hatalı olarak değişim çarpanı, denk kesir, içler-dışlar çarpımı, arttırma orantısal stratejilerini kullandıkları belirlenmiştir. Ayrıca, net bir çözüm olmayan bazı yanlış cevaplar “anlaşılır değil” şeklinde, herhangi bir cevaplanma olmayan, boş bırakılan maddeler de “boş/çözüm yok” olarak kodlanmıştır. Kodlama sonucunda elde edilen veriler frekans ve yüzde olarak Tablo 7.’de sunulmuştur.

Tablo 10. Orantısal olmayan türden ilişki içeren problemde kullanılan stratejilerin frekans ve yüzdeleri

	Problem 15	
Strateji	**f**	**%**
Değişim çarpanı stratejisi	33	37,50
Denk kesir stratejisi	5	5,68
İçler-dışlar çarpımı stratejisi	5	5,68
Arttırma stratejisi	3	3,41
Toplamsal ilişki stratejisi	16	18,18
Boş/Çözüm yok	23	26,14
Anlaşılır değil	3	3,41

Elde edilen veriler değerlendirildiğinde, öğrencilerin orantısal olmayan türden ilişki içeren (toplamsal ilişki) problemin çözümünde doğru bir şekilde toplamsal ilişki stratejisi kullanma oranının(%18,18) oldukça düşük olduğu görülmüştür. Hatalı orantısal strateji (değişim çarpanı, denk kesir, içler-dışlar çarpımı, arttırma) kullanımı (%57,27) dikkat çekmiştir. Bu veriler, öğrencilerin orantısal problem formunda verilen ancak orantısal olmayan türden ilişki içeren problem türünü, orantısal problem türünden ayırt etmekte genellikle başarısız olduklarını göstermektedir. Aşağıda öğrencilerin orantısal olmayan türden ilişki içeren probleme vermiş oldukları cevaplarda kullanılmış oldukları stratejilere dair örnekler sunulmuştur.

Tablo 11. Öğrencilerin orantısal olmayan türden ilişki içeren problemin çözümünde kullandıkları stratejilere yönelik örnekler

Strateji	Problem	Örnekler	
Toplamsal İlişki	**Problem 15**		
Değişim Çarpanı	**Problem 15**		
İçler-Dışlar Çarpımı	**Problem 15**		 
Denk Kesir	**Problem 15**		
Arttırma	**Problem 15**		

Sonuç ve Öneriler

Araştırma sonuçları, sekizinci sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme gerektiren problemlerin çözümünde çeşitli stratejiler kullandığını ortaya koymuştur. Öğrencilerin bilinmeyen değeri bulma ve sayısal karşılaştırma problemlerinin çözümünde doğru olarak birim oran, denk kesir, değişim çarpanı, içler-dışlar çarpımı ve arttırma stratejisini, hatalı olarak toplamsal ilişki, duygusal cevap verme ve veri ihmali stratejilerini kullandıkları belirlenmiştir. Bu sonuç ilgili araştırmalar ile paralellik göstermiştir (Cramer & Post, 1993; Duatepe, Akkuş-Çıkla & Kayhan, 2005; Pakmak, 2014; Kahraman, Kul & İskenderoğlu, 2019; Pişkin Tunç, 2020; Karlı & Yıldız, 2022). Niteliksel karşılaştırma problemlerinde, Pişkin-Tunç (2020) tarafından elde edilen sonuçlaraa paralel olarak, nitel çarpımsal karşılaştırma ve nicel çarpımsal karşılaştırma stratejilerini, hatalı olarak veri ihmali stratejisini kullandıkları belirlenmiştir. Ters orantı probleminde doğru olarak ters orantı algoritmasını, hatalı olarak yanlış orantısal strateji (değişim çarpanı, denk kesir, içler-dışlar çarpımı, arttırma) ve toplamsal ilişki stratejilerini kullandıkları görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin, orantısal akıl yürütme gerektiren problem formunda olup orantısal ilişki içermeyen problemin çözümünde ise doğru olarak toplamsal ilişki stratejisini ve hatalı olarak değişim çarpanı, denk kesir, içler-dışlar çarpımı ve arttırma stratejilerini kullandıkları belirlenmiştir.

Benzer araştırmalar problem türlerine ve yapılarına göre kullanılan stratejilerin farklılaştığını göstermiştir (Cramer & Post, 1993; Duatepe, Akkuş-Çıkla & Kayhan, 2005; Kahraman, Kul & İskenderoğlu, 2019; Pişkin-Tunç, 2020). Araştırma sonuçlarına göre bilinmeyen değer problemlerinin çözümünde öğrenciler tarafından en çok kullanılan strateji içler-dışlar çarpımı stratejisi olmuştur. Buna ek olarak birbirinin tam katı olan sayılar ile kurgulanmış bilinmeyen değer problemlerinde değişim çarpanı ve arttırma stratejileri kullanımının arttığı belirlenmiştir. Öğrencilerin sayısal karşılaştırma problemlerinin çözümünde en çok kullandığı strateji denk kesir stratejisi olmuştur. Bu sonuç ilgili araştırmalar ile farklılık göstermiştir (Kahraman, Kul & İskenderoğlu, 2019; Pişkin Tunç, 2020). Üç farklı sayısal karşılaştırma probleminden, birbirinin tam katı olan sayılar ile kurgulanan problemin çözümünde birim oran stratejisi daha çok tercih edilirken, diğer iki problemde denk kesir stratejisi daha çok kullanılmıştır. Nitel karşılaştırma problemlerinin çözümünde en çok kullanılan strateji, nitel çarpımsal karşılaştırma stratejisidir. Öğrencilerin çok az bir kısmı nitel karşılaştırma problemlerinin çözümünde sayısal örnekler ile problem çözümlerini örneklendirme yoluna başvurmuştur. Genellikle problemde yer alan ifadeler ile çözümlerini açıklamışlardır. Ters orantı probleminin ve orantısal olmayan problemin çözümünde doğru strateji ile doğru çözüme ulaşan öğrenci sayısı oldukça azdır. Öğrencilerin büyük çoğunluğunun bu problemlerin çözümünde yanlış orantısal strateji kullandığı belirlenmiştir. Bu iki tür problem türünün çözümünde en çok kullanılan yanlış orantısal stratejiler ise içler-dışlar çarpımı ve değişim çarpanı stratejileridir. Bu sonuçlar öğrencilerin alışılagelmiş orantısal problemlerden farklı türdeki problemleri anlamlandırmada zorluk yaşadığını göstermiştir.

Araştırma sonuçları genel anlamda en çok kullanılan stratejinin içler-dışlar çarpımı strateji olduğunu göstermiştir. Cramer ve Post (1993)'e göre içler dışlar çarpımı stratejisi birçok standart algoritmada olduğu gibi, son derece verimli ancak gerçek dünyada anlamdan yoksun mekanik bir süreçtir. Lamon (2007)'e göre problem içerisindeki veriler arasındaki orantısal ilişkiler anlaşılmadan içler-dışlar çarpımı algoritması kullanılarak doğru bir çözüme ulaşılabilir. Dolayısıyla içler-dışlar çarpımı algoritmasını doğru bir şekilde gerçekleştirmek, orantısal akıl yürütme becerisinin yeterince geliştiğine dair tek başına yeterli değildir (Lobato, Ellis ve Zbiek, 2010). Araştırma sonuçlarına göre hem ters orantı probleminde hem de orantısal ilişki içermeyen problemin çözümünde öğrencilerin genellikle hatalı olarak içler-dışlar çarpımı stratejisini kullandığı görülmektedir. Bunun sebebinin, öğretmenlerin sınıf ortamında farklı stratejilere yeteri kadar yer vermemesi, ders kitaplarında yer alan konu ile ilgili problemlerin genelinin çözümünde içler-dışlar çarpımı algoritmasının kullanılması ve merkezi sınavlardaki zaman kısıtına bağlı olarak öğrencilerin problemleri hızlı çözme istekleri olabilir. Bu anlamda bu tür becerilerin gelişimine yönelik, öğretmenlerin için yapılacak hizmet içi eğitimler, öğretim programlarında yapılacak geliştirmeler önem arz etmektedir.

Elde edilen veriler öğrencilerin orantısal akıl yürütme beceri testinden ortalamanın altında puan aldığını gösterirken, en başarılı oldukları problem türünün bilinmeyen değeri bulma problem türü olduğunu ortaya koymuştur. Çözmekte en çok zorlandıkları problem türlerinin ise ters orantı problemi ve orantısal ilişki içermeyen problem olduğu belirlenmiştir. Bunun nedeninin öğrencilerin ders kapsamında diğer problem türlerine kıyasla bilinmeyen değer problemleri ile daha çok karşılaşmasının olduğu düşünülmektedir. Öğretim sürecinde ve ders kitabında bahsi geçen problem türlerine daha fazla yer verilmesi faydalı olacaktır.

Çalışma sekizinci sınıf düzeyinde 88 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Hem sekizinci sınıf seviyesi öğrencileri ile hem de farklı yaş grupları ile çeşitli veri toplama araçları ile gerçekleştirilecek çalışmaların fayda sağlayacağı düşünülmektedir.

Kaynakça

Akkuş, O. ve Duatepe-Paksu, A. (2006). Orantısal akıl yürütme becerisi testi ve teste yönelik dereceli puanlama anahtarı geliştirilmesi, *Eğitim Araştırmaları*, 6, 25, 1-10.

Akkuş-Çıkla, O., & Duatepe, A. (2002). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme becerileri üzerine niteliksel bir çalışma. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergis*i, 23(1), 32-40.

Atabaş, Ş., & Öner, D. (2016). An examination of Turkish middle school students' proportional reasoning. *Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Dergisi*, 33(1), 63-85.

Avcu, R. & Dogan, M. (2014). What are the strategies used by seventh grade students while solving proportional reasoning problems? *International Journal of Educational Studies in Mathematics*, 1(2), 34–55.

Bart, W., Post, T., Behr, M., Lesh, R. (1994), "A Diagnostic Analysis Of A Proportional Reasoning Test Item: An Introduction To The Properties Of A Semi-Dense Item", *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 16(3), 1-11.

Baxter G. P., Junker, B. A. (2001). Designing cognitive-developmental assessments:Case study in proportional reasoning. National Council for Measurement in Education. Seattle, Washington.

Behr, M. J., Harel, G., Post, T. R., & Lesh, R. (1992). Rational number, ratio, and proportion. In D. A. Grouws (Ed.), Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics (pp. 296–333). Macmillan Publishing Co, Inc.

Ben-Chaim, D., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Benedetto, C., & Miller, J. (1998). Proportional reasoning among 7th grade students with different curricular experiences. *Educational Studies in Mathematics*, 36, 247–273.

Che, M., Wiegert, E., & Threlkeld, K. (2012). Problem solving strategies of girls and boys in single-sex mathematics classrooms. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 311-326.

Cramer, K. & Post, T. (1993). Connecting Research To Teaching Proportional Reasoning. *Mathematics Teacher*, 86(5), 404-407.

Cramer, K., Post, T., & Currier, S. (1993). Learning and teaching ratio and proportion: Research implications. In D. A. Owens (Ed.), Research Ideas fo r the Classroom: Middle Grades Mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics & MacMillan.

Dole, S. (2010). Making connections to the big ideas in mathematics: Promoting proportional reasoning. In G. Masters, J. Ainley, K. Stacey, D. Leigh-Lancaster, R. Turner, K. Hoad & L. Rosman (Eds.), Australian Council for Educational Research Conference (Vol.1, pp.71-74). Melbourne, Australia:ACER.

Duatepe, A., Akkuş-Çıkla O., & Kayhan, M. (2005). Orantısal akıl yürütme gerektiren sorularda öğrencilerin kullandıkları çözüm stratejilerinin soru türlerine göre değişiminin incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23, 73-82.

Fernández, C., Llinares, S., & Valls, J. (2008). Implicative analysis of strategies in solving proportional and non-proportional problems. In Proceedings of the 32nd Conference of the *International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 1-8). Morelia: PME.

Fisher, L. C. (1988). Strategies used by secondary mathematics teachers to solve proportion problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19(2), 157-168.

Glassmeyer, D., Brakoniecki, A., & Amador, J. M. (2021). Identifying and supporting teachers' robust understanding of proportional reasoning. *The Journal of Mathematical Behavior*, 62, 100873.

Greenes, C. (1995). Mathematics learning and knowing: A cognitive process. *Journal of*

Education, 177 (1), 85-107.

Johar, R., & Yusniarti, S. (2018). The Analysis of Proportional Reasoning Problem in the Indonesian Mathematics Textbook for the Junior High School. *Journal on Mathematics Education*, 9(1), 55-68.

Kahraman, H., Kul, E., & İskenderoğlu, T. A. (2019). Strategies Employed by 7th and 8th Graders for Quantitative Proportional Reasoning Problems. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 10(1), 195-216.

Karasar, N. (2007). Bilimsel araştırma yöntemi: kavramlar, ilkeler, teknikler. Nobel yayın dağıtım.

Karlı, M. G., & Yıldız, E. (2022). Incorrect Strategies Developed by Seventh-Grade Students to Solve Proportional Reasoning Problems. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi*, (29), 111-148.

Knox, L. B. (2017). Improving Students' Proportional Reasoning Ability in the Context of Algebra I (Doctoral dissertation, University of Pittsburgh).

Lamon, S. J. (1995). Ratio and proportion: Elementary didactical phenomenology. In J. T. Sowder, & B. P. Schapplle (Eds.), Providing a foundation for teaching mathematics in the middle grades (pp. 167-183). Albany, NY: State University of New York Press.

Lamon, S. J. (1999). Teaching fractions and ratios for understanding: essential content knowledge and instructional strategies for teachers. Mahwah, NJ: Erlbaum.

Lamon, S. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: Toward a theoretical framework for research. In K. Lester Jr. (Ed.), Second handbook of research on mathematics teaching and learning (pp. 629–667). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Langrall, C. W. & Swafford, J. (2000). Three balloons for two dollars; Developing proportional reasoning. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 6 (4), (pp. 254-261).

Lanius, C. S., & Williams, S. E. (2003). Proportionality: A unifying theme for the middle grades. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 8(8), 392.

Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1988). Proportional reasoning. In J. Hiebert & M. Behr (Eds.), Number concepts and operations in the middle grades (pp. 93–118). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Lobato, J., Ellis, A., & Zbiek, R. M. (2010). Developing Essential Understanding of Ratios, Proportions, and Proportional Reasoning for Teaching Mathematics: Grades 6-8. National Council of Teachers of Mathematics.

MEB. (2018). Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ve 8. sınıflar). Ankara: MEB yayınları.

Mersin, N. (2018). İki aşamalı teşhis testine göre ortaokul 5, 6 ve 7. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütmelerinin değerlendirilmesi. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, 7(4), 319-348.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principals and Standards for School Mathematics. Reston, VA: Author.

Özgün-Koca, S. A., & Altay, M. K. (2009). An investigation of proportional reasoning skills of middle school students. *Investigations in Mathematics Learning*, 2(1), 26-48. DOI:10.1080/24727466.2009.11790289

Pakmak, G. S. (2014). 6. sınıf öğrencilerinin niceliksel ve niteliksel orantısal akıl yürütme problemlerinin çözümündeki anlayışlarının incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi. Pamukkale Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Denizli.

Pelen, M. S., & Artut, P. D. (2016). Seventh Grade Students' Problem Solving Success Rates on Proportional Reasoning Problems. *International Journal of Research in Education and Science*, 2(1), 30-34.

Pişkin Tunç, M. (2020). Investigation of Middle School Students’ Solution Strategies in Solving Proportional and Non-proportional Problems . *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)* , 11 (1) , 1-14 . DOI: 10.16949/turkbilmat.560349

Pittalis, M., Christou, C., & Papageorgiou, E. (2003). Students’ ability in solving proportional problems. In Proceedings of the 3rd European Research Conference in Mathematics Education: Bellaria: Italy (Vol. 3).

Tourniaire, F., & Pulos, S. (1985). Proportional reasoning: A review of the literature. *Educational studies in mathematics*, 16(2), 181-204.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2008). Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri (6. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

ETİK ve BİLİMSEL İLKELER SORUMLULUK BEYANI

Bu çalışmanın tüm hazırlanma süreçlerinde etik kurallara ve bilimsel atıf gösterme ilkelerine riayet edildiğini yazar(lar) beyan eder. Aksi bir durumun tespiti halinde OJOMSTE'nin hiçbir sorumluluğu olmayıp, tüm sorumluluk makale yazarlarına aittir.

ARAŞTIRMACILARIN MAKALEYE KATKI ORANI BEYANI

1. yazar katkı oranı : % 60
2. yazar katkı oranı : % 40